دولة ليبيا

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة سبها - كلية العلوم

قسم الرياضيات

بحث مقدم لإستكمال متطلبات الحصول على الدرجة الجامعية الأولى (البكالوريوس)

في الرياضيات بعنوان:

بعض مبادئ أساسيات الميكانيكا

إعداد الطالبة:

إيناس محمد الصالحين

تحت إشراف:

الأستاذة: حفصة فرحات مصباح

العام الجامعي: 2018-2019م

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿وما أوتيتم من العلم إلا قليلا﴾

صدق الله العظيم

سورة الإسراء - الآية(85)

شكر وتقدير

وأقدم اسمي آيات الشكر والتقدير إلى الذين حملوا أقدس رسالة في الحياة.

إلى الذين مهدوا لنا طريق العلم والمعرفة...إلى جميع أساتذتنا الأفاضل.

"أعضاء هيئة التدريس بقسم الرياضيات"

وكما أتقدم باسمي آيات الشكر والعرفان وخالص الاحترام إلى الأستاذةالمشرفة"**حفصة فرحات مصباح**" التي منحتني كل وقتها وجهدها دون تقصيرالذي أنارت لي الطريق ولم تبخل علي بتوجيهاتها ونصائحها والتي تدخرت جهداً في مساعدتي لإخراج هذا العمل في أحسن صورة جزاها الله خير الجزاء.

وكما أيضا أتقدم بالجزيل الشكر إلى الأستاذة الفاضلة "**هند محمد القاضي**" فلها منى كل التقدير والاحترام التي ساهمت معي بالقول والفعل والإرشاد والتوجيه لإكمال هذه المسيرة البحثية.

وفي الختام أتمني من الله أن يوفقني إلى ما فيه الخير ،إنه نعم المولى ونعم النصير.

الباحثة

الإهداء

ها أنا والحمد لله أطوي سهر الليالي وتعب السنين وخلاصة مسيرتي بين دفتي هذا البحث والذي لا يسعني فيه إلا أن أهدي ثمرة هذا الجهد.

إلى من أخرجنا من بطون أمهاتنا لا نعلم شيئا فعلمنا بالقلم ما لم نكن نعلم.

(سبحان الله تعالى)

إلى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة ونصح الأمة...إلى نبي الرحمة ونور العالمين ،،،،

"سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم"

إلى نبض قلبي إلى من تستقبلني بابتسامة وتودعني بدعوة...إلى تلك المرأة العظيمة التي ربتني وعلمتني التي لا طالما نظرت لعينيها لاستمد منها قوتي لإكمال مسيرتي العلمية... إلى سبب وجودي في الحياة...إلى النور الذي ينير لي درب النجاح إلى التي رضاها عني هو سر نجاحي، إليك يا حبيبتي.

"أمي الغالية"

إلى الشخص الذي مسك بيدي بقوى منذ صغري ولم يسمح أن أقع أبدا إلى قدوتي الأولى ونبراسي الذي ينير دربي...إلى من علمني أن أصمد أمام أمواج البحر الثائرة... إلى من أعطاني ولم يزل يعطيني بلا حدود...إلى من رفعت رأسي عاليا افتخارا به إليك يا حبيبي وقدوتي.

"أبي الغالي"

إلى قرة الأعين ونبض القلوب الذين جعلوا للحياة طعمآخر **إلى من وقفوا بجانبي وسندا لظهري ونظمت معهم سلم حياتي وسرنا معاً على خطوات السلم،،،،

"إخوتي وأخواتي الغاليين"

إلى حملة مشعل العلم والمعرفة ..... إلى اللذين نحتوا في صخور الظلام من العلم والمعرفة ووهبهم الله من قدرة ومقدرة على التعليم ما كانوا خير مرشد ومعلم.

"أساتذتي الكرام"

الفهرس

الفصل الأول

الكميات القياسية والمتجهات

الفصل الثاني

علم وصف الحركة

الفصل الثالث

ديناميكا الجسيمات(علم التحريك)

المقدمة

لقد درست في هذا البحث رياضيات الفيزيائية في طبيعة المعادلات الرياضية والكميات الفيزيائية. وتناولت في الفصل الأول الكميات القياسية والمتجهات أي أن الكمية القياسية التي يمكن تحديدها بمعرفة المقدار فقط والتي تخضع إلى عمليات جبرية عادية، من جمع وطرح وضرب وقسمة، والكمية المتجه التي يمكن تحديدها بمعرفة المقدار والاتجاه في نفس الوقت والتي تخضع إلى عمليات جبرية خاصة بها وبعض التطبيقات لها، وأيضا في الفصل الثاني أستعرضت علم وصف الحركة لحركة الأجسام وعلاقة هذه الأجسام بكميات فيزيائية التي تخضع إلى دراسة موضع الجسم وسرعته وعلاقتها بمتغيرات الزمن وبدلالة متجهات الإزاحة والسرعة والتسارع وبعض التطبيقات عليها وفي الفصل الثالث قمت بدراسة ديناميكا الجسيمات علم التحريك الذي سيعرفنا على مسببات الحركة أي سوف نقوم بربط حركة الجسيمات بالقوة المؤثرة على هذه الجسيمات وكذلك قوانين نيوتن وبعض التطبيقات على قوانين نيوتن.

الفصل الأول

الكميات القياسية والمتجهات

1.1 تمهيد

سوف نستعرض في هذا الفصل الحديث عن الكميات القياسية والكميات المتجهة. الكميات القياسية هي الكميات التي يمكن تحديدها بمعرفة المقدار فقط، ومن الأمثلة عليها الكتلة والزمن والطاقة، والكميات المتجهة هي الكميات التي لا يمكن تحديدها بمعرفة المقدار فقط، بل نحتاج في تحديدها إلى الاتجاه في نفس الوقت، ومن الأمثلة عليها السرعة والتسارع والمجال الكهربائي والمجال المغناطيسي.

2.1 أنظمة الإحداثيات وموقع الرصد:

Coordinate System and Frames of Reference

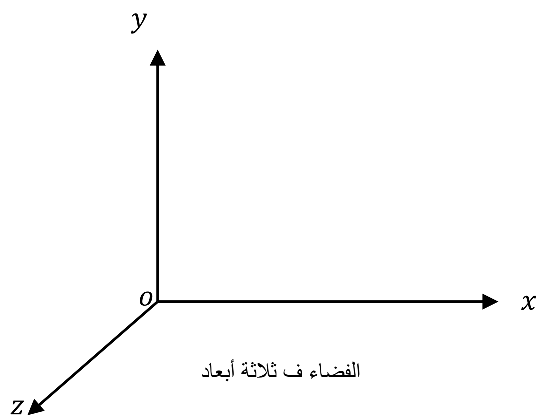
يستخدم نظام الإحداثيات لتحديد موقع جسم أو نقطة في الفضاء نسبة إلى موقع معين حيث يتحرك موقع الرصد بسرعة ثابتة بالنسبة للأجسام المحيطة وفي هذه الأنظمة هناك نقطة مرجع ثابتة (Reference Point) تسمى نقطة الأصل ومحاور (Axes) محددة ومعرفة.

ومن الأمثلة على هذه الأنظمة:

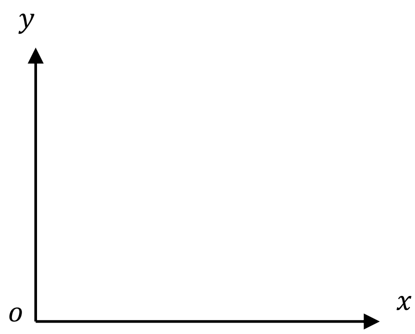
1.2.1 الأنظمة الكارتيزية (الديكارتية):

Cartesian or Rectangular Coordinate Systems

هو نظام إحداثيات ذو محورين أحداهما يسمى بالمحور السيني (x) والأخر يسمى بالمحور الصادي(y) ويتقاطع المحوران في نقطة تسمى بنقطة الأصل (0,0) (نقطة الرصد)، حيث يمثل الإحداثي علىالمحور السيني (x) بعد الجسم عن نقطة الأصل باتجاه المحور السيني ويمثل الإحداثي على المحور الصادي (y) بعد الجسم عن نقطة الأصل باتجاه المحور الصادي، وتمثل هذه الأنظمة في بعدين أو ثلاثة أبعاد أى في مستوى أو في الفضاء.



الفضاء ف ثلاثة أبعاد



مستوى في بعدين

ملاحظة: المحاور في هذه الإحداثيات متعامدة

يمكن تحديد موضع الجسم بزوج مرتب (x , y)، أما في الفضاء ثلاثة أبعاد فيتم تحديد الجسم بثلاثة إحداثيات هي (x , y , z) وتسمى النقطة o نقطة الأصل.

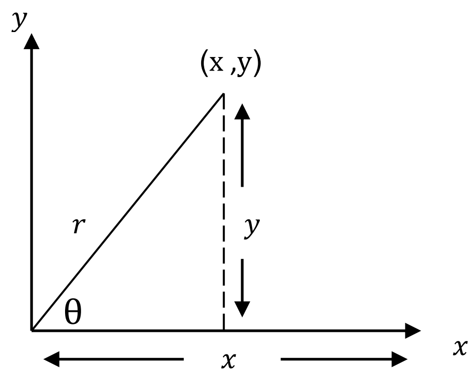
2.2.1 أنظمة الإحداثيات القطبية:

Polar Coordinate Systems

تكون هذه الأنظمة في مستوى بعدين وتحدد (r,θ)

حيث r : طول المستقيم

θ: الزوية التي يصنعها مع خط البداية هنا المحور x



الشكل (1.1) الإحداثيات القطبية في مستوى(r,θ)

$$X = r \cos\theta$$

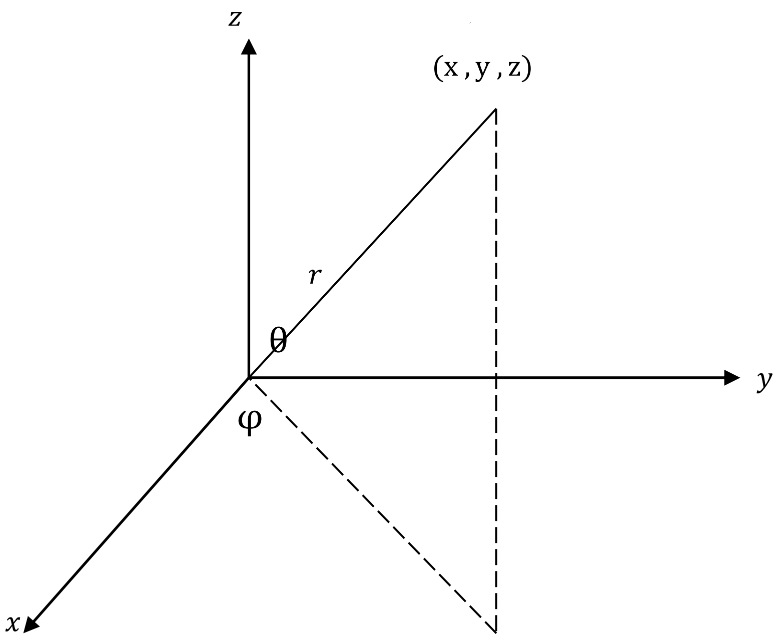
$$Y = r \sin\theta$$

(ii) فضاء ثلاثة أبعاد

وتنقسم في هذه الحالة إلى قسمين رئيسيين:

3.2.1أنظمة الإحداثيات الكروية(r،θ,φ):

Spherical Coordinat Systems



الشكل (1.2) الإحداثيات القطبية الكروية

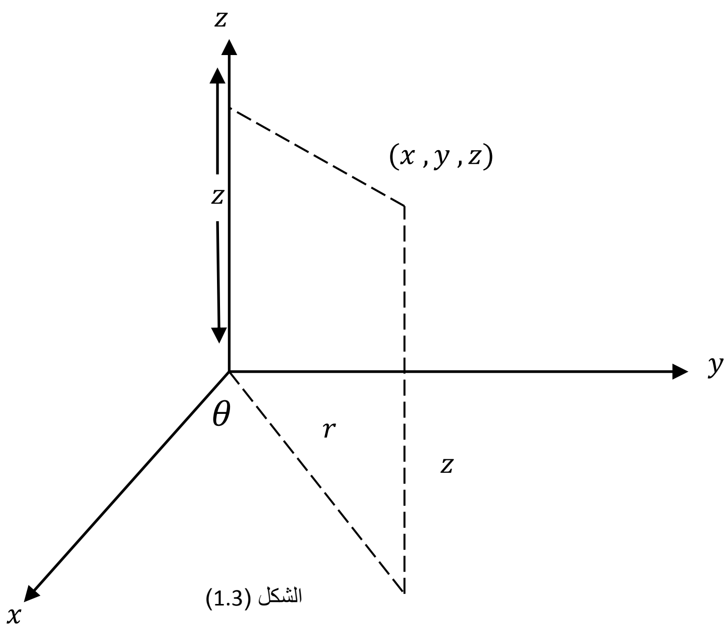
$$X = r\ sin\theta\ cos\varphi$$

$$Y = r\ sin\theta\ sin\varphi$$

$$Z = r\ cos\theta$$

4.2.1 أنظمة الإحداثيات الأسطوانية $(\theta،r،z)$:

Cylindrical Coordinate Systems



الشكل (1.3)

الإحداثيات القطبية الأسطوانية

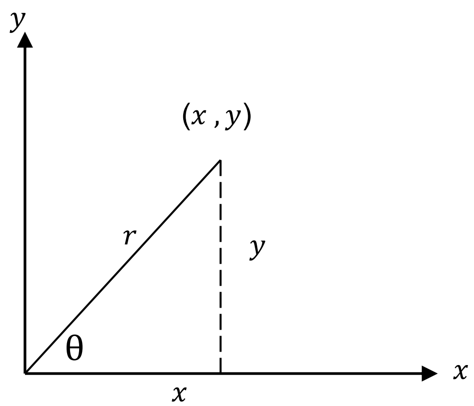
$$X = r\cos\theta$$

$$Y = r\sin\theta$$

$$Z = z$$

5.2.1 العلاقة بين الإحداثيات الكارتيزية والقطبية في مستوى بعدين

بما أن الإحداثيات الكارتيزية في مستوى (x, y)، وكذلك الإحداثيات القطبية (r,θ) تحدد موضع نفس الجسم فإن هناك علاقة بينهما:-



الشكل (1.4) الإحداثيات القطبية في بعدين

$$X = r\ \cos\theta \qquad (1.1)$$

$$Y = r\sin\theta \qquad (1.2)$$

بتربيع المعادلتين (1.1) و (1.2) وجمعهما نحصل على

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

كذلك بقسمة المعادلة (1.2) على المعادلة (1.1)

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

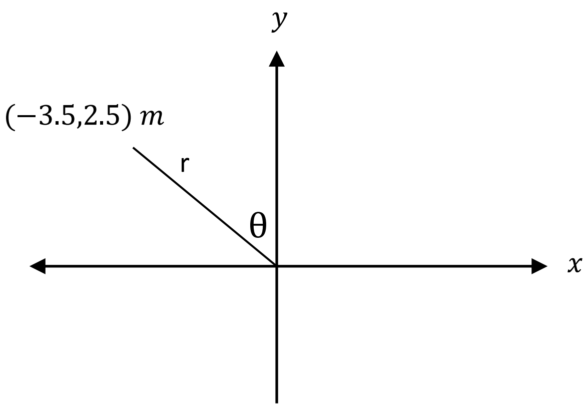
$$\Rightarrow\ \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

والآن سنعرض مثالين يوضحنى العلاقة بين الإحداثيات الكارتيزية والقطبية في مستوى بعدين.

مثال 1.1

الإحداثيات الكارتيزية لنقطة $(x, y) = (-3.5\,, 2.5)\text{m}$ فما هي الاحداثيات القطبية(r, θ)؟

الحل:



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{r} = \sqrt{(-3.5)^2 + (2.5)^2}$$

$$= 4.3 \ \ m$$

$$\theta \ = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$\theta = \ \tan^{-1}(-\frac{2.5}{3.5}\ )$$

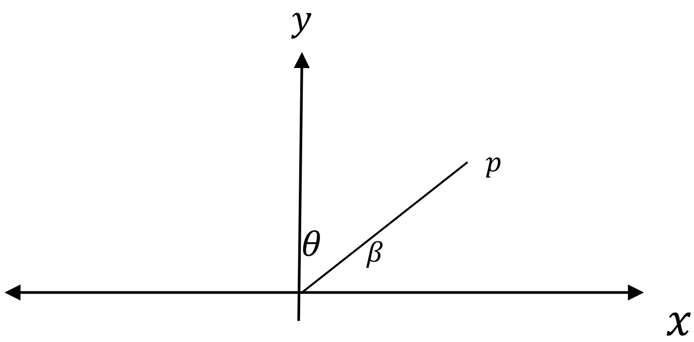
$$\theta = \tan^{-1}(-0.714)$$

$$= 144.5^{\circ}$$

$$(r, \theta) = 4.3\, m\,,\ \ 144.5^{\circ}$$

مثال 2.1

النقطة p تقع في المستوى $x - y$ ولها احداثيات الديكارتية التالية (3,2) جد احداثياتها القطبية؟



الحل:

من معرفة الإحداثيات الديكارتيرية يمكن إيجاد قيمة المتجه r بين نقطة الأصل والنقطة p حيث:

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + -(y_2 - y_1)^2}$$

$$r = \sqrt{(3 - 0)^2 + (2 - 0)^2}$$

$$r = 3.6$$

لإيجاد الزاوية ميل المتجه r مع المحور السيني الموجب نجد ظل الزاوية الميل θ

$$\tan\theta = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}} = 0.666$$

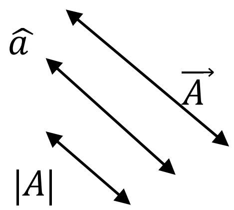
$$\Rightarrow \theta = 33.69°$$

3.1 المتجهات:Vectors

تحتاج المتجهات عند تحديدها إلى معرفة المقدار والاتجاه معا.

1.3.1 متجه الوحدة:Unitvector

يعرف متجه الوحدة $\hat{a}$ في إتجاه المتجه $\vec{A}$على أنه متجه مقداره الواحد ويكون في اتجاه المتجه$\vec{A}$.



وبشكل عام يمكن كتابة أي متجه على الشكل حاصل ضرب مقدار المتجه ومتجه الوحدة في اتجاه ذلك المتجه أي أن:

$$\vec{\mathrm{A}} = |A|\hat{a}$$

حيث $|A|$: تمثل مقدار المتجه $\overrightarrow{A}$

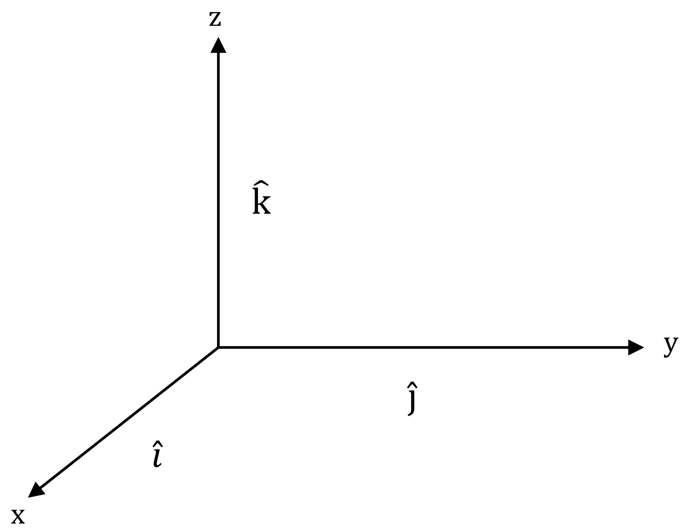
$\hat{a}$: متجه الوحدة في أتجاه المتجه $\overrightarrow{A}$

وعليه فإن:

$$\hat{a} = \frac{\overrightarrow{A}}{|A|}$$

2.3.1 متجهات الوحدة الأساسية $(\hat{i} . \hat{j} . \hat{k})$

تُعَرف متجهات الوحدة الأساسية$(\hat{i}\ , \hat{j}\ , \hat{k})$ على أنها متجهات مقدار كل منها الوحدة وتكون في الاتجاهات الموجبة للمحاور $(x\ , y\ , z)$ على الترتيب وعليه فإن متجهات الوحدة الأساسية متعامدة مع بعضها البعض.



3.3.1 جمع المتجهات وطرحها:

Additios and Subtraction of Vectors

يمكن لنا جمع المتجهات أو طرحها بأحدى طريقتين:

i) طريقة الرسم (Graphical Method)

عند جمع المتجهات أو طرحها بهذه الطريقة فإننا بحاجة إلى:

أ–إطار إسناد معين.

ب– مقياس رسم معين لرسم المتجهات.

ج– نرسم المتجه الأول من مركز الإسناد باستخدام المنقلة لتحديد الاتجاه والمسطرة لتحديد الطول.

د– نرسم المتجه الثاني مقدارا واتجاها من حيث انتهى المتجه الأول باستخدام مقياس الرسم نفسه وهكذا إذا كان المطلوب جمع أكثر من متجهين.

هـ– المتجه الذي يبدأ من نقطة بداية المتجه الأول إلى نقطة نهاية المتجه الأخير يمثل محصلة هذه المتجهات مقدارا واتجاها.

سالب المتجه: يعرف سالب المتجه على إنه متجه آخر يساوي المتجه الأصلي في المقدار ويعاكسه في الاتجاه.

أي أن:

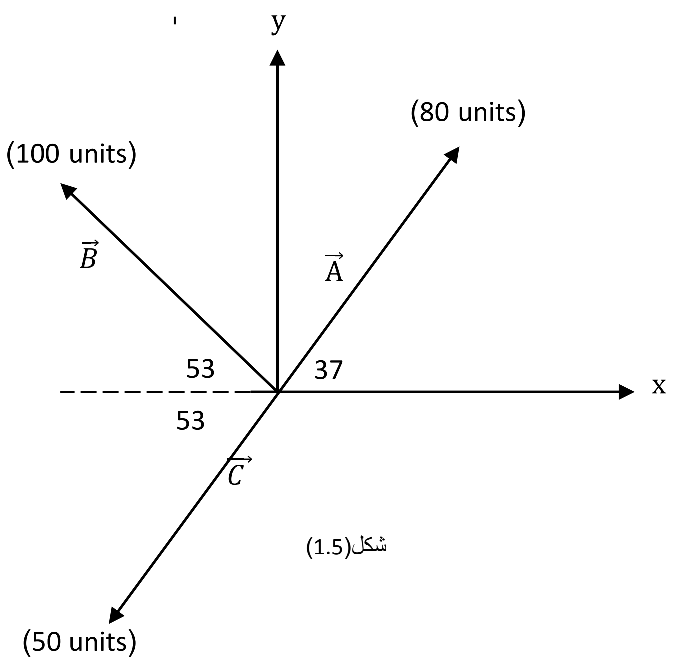
$\vec{A}$ و $\vec{A}$-يمثلان متجهين متساويين في المقدار ومتعاكسين في الاتجاه أي أن الزاوية بينهما تساوي π.

والمثال التالي يوضح كيفية طريقة الرسم.

مثال 3.1

في الشكل أحسب بطريقة الرسم:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$



شكل(1.5)

الحل:

نختار مقياس رسم مناسب وليكن: $1cm$ لكل 10 units

وعليه يمكن تمثيل المتجهات كالأتي:

$8\ cm\ :\ \overrightarrow{A}$

$10\ cm:\ \overrightarrow{B}$

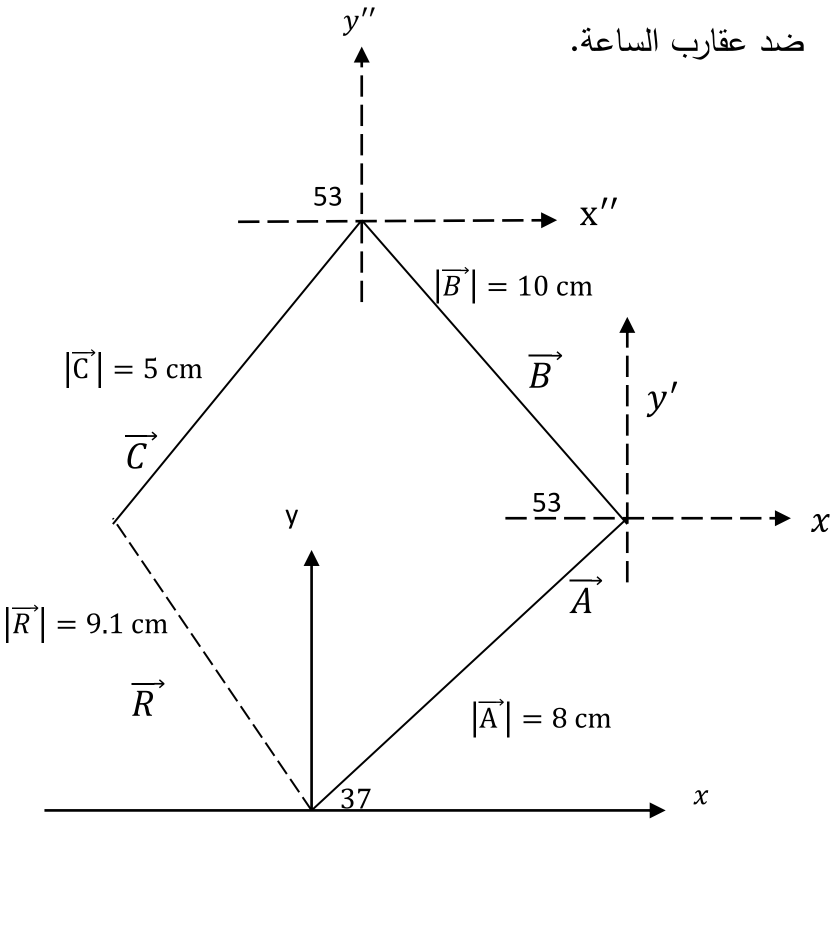
$5\ cm\ :\ \overrightarrow{C}$

والاتجاهات كما موضحة في الشكل.

وإذا بدأنا في رسم المتجه $\overrightarrow{A}$ ثم المتجه $\overrightarrow{B}$ من نهاية $\overrightarrow{A}$ وأخيرا المتجه $\overrightarrow{C}$ من نهاية المتجه $\overrightarrow{B}$ ، فإن المحصلة $\overrightarrow{R}$ يمثلها المتجه الذي يبدأ من نقطة بداية المتجه $\overrightarrow{A}$ وحتى نهاية المتجه $\overrightarrow{C}$

ومن الرسم يتبين لنا أن:

قيمةR هي 91 وحدة، واتجاهه يعمل زاوية 106.5 مع محورx الموجب وباتجاه ضد عقارب الساعة.



ii) الطريقة التحليلية:Analytical method

تعتمد هذه الطريقة على كتابة المتجه بدلالة متجهات الوحدة الأساسية ($\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, $\hat{k}$) فإن:

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$$

وعند تعميم ذلك على المتجهات في ثلاثة أبعاد فإن:

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$

وعليه يمكن كتابة أي متجه على الصورة المتجه $\vec{A}$ ويمكن كتابة المتجه $\vec{B}$ بنفس الطريقة:

$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + \left(A_y + B_y\right)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + \overrightarrow{(-B)}$$

$$= (A_x - B_x)\hat{\imath} + \left(A_y - B_y\right)\hat{\jmath} + (A_z - B_z)\hat{k}$$

والآن سوف نقومبمثال يوضح الطريقة التحليلية لمتجه الوحدة

مثال 4.1

أحسب متجه الوحدة $\hat{a}$ في الاتجاه:

$$\vec{A} = 12\,\hat{\imath} - 16\,\hat{\jmath}$$

الحل:

$$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

ومقدار المتجه:

$$|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$|A| = \sqrt{(12)^2 + (-16)^2}$$

$$= 20$$

وبذلك فإن:

$$\hat{a} = \frac{1}{20}(12\,\hat{\imath} - 16\,\hat{\jmath})$$

$$\hat{a} = 0.6\hat{\imath} - 0.8\,\hat{\jmath}$$

مثال 5.1

إذا أضيف المتجه $\vec{A}$ إلي المتجه $\vec{B} = 6\,\hat{\imath} - 8\,\hat{\jmath}$ كان المتجه الجديد في اتجاه محور xالموجب ومقداره (12) أحسب قيمة واتجاه المتجه $\vec{A}$؟

الحل:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$$

حيث أن:

$$\vec{B} = 6\,\hat{\imath} - 8\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{C} = 12\hat{\imath}$$

$$\Rightarrow \vec{A} = \vec{C} - \vec{B}$$

$$\vec{A} = (12 - 6)\hat{\imath} + 8\,\hat{j}$$

$$= 6\hat{\imath} + 8\,\hat{j}$$

وعليه فإن:

$$|A| = \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$$

$$A = 10$$

وأما الزاوية التي يعملها $\vec{A}$ مع محور xالمحور الموجب

$$\theta = \tan^{-1}\frac{8}{6}$$

$$= 53°$$

مثال 6.1

إذا أضيف المتجه $\vec{B}$ إلى المتجه $\vec{A}$ كان الناتج $6\hat{\imath} + \hat{j}$ وإذا طرح المتجه $\vec{B}$ من المتجه $\vec{A}$ كانت النتيجة$-4\,\hat{\imath} + 7\,\hat{j}$ ما مقدار كل من$\vec{A}$ و$\vec{B}$؟

الحل:

$$\vec{A} + \vec{B} = 6\,\hat{\imath} + \hat{j} \qquad (1)$$

$$\vec{A} - \vec{B} = -4\,\hat{\imath} + 7\,\hat{j} \qquad (2)$$

بجمع المعادلتين(1)و(2):

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{A} = 2\,\hat{\imath} + 8\,\hat{\jmath}$$

وبعد القسمة على 2 نحصل على:

$$\overrightarrow{A} = \hat{\imath} + 4\,\hat{\jmath}$$

مقدار المتجه$\vec{A}$:

$$|A| = \sqrt{17}$$

$$= 4.12$$

وبطرح المعادلتين (1) و (2) نحصل على:

$$2\,\vec{B} = 10\,\hat{\imath} - 6\,\hat{\jmath}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = 5\,\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$$

$$|B| = \sqrt{34}$$

$$= 5.8$$

4.3.1 ضرب المتجهات:Multiplication of vectors

في عملية ضرب المتجهات فإن هناك احتمالان:

i) ضرب متجه في كمية قياسية: فإن محصلة الضرب كمية متجهة وعلينا في هذه الحالة تحديد اتجاه المحصلة ومقدارها وهذا يعتمد على الكمية القياسية (إشارتها وقيمتها)

$\overrightarrow{A}$: متجه

C: كمية القياسية

فإن:

$C\,\overrightarrow{A}$: متجه

قيمة $C\,\overrightarrow{A}$ تساوي $|\vec{A}|\,.\,|C|$

وأما اتجاه $C\,\overrightarrow{A}$ فهو:

اتجاه المتجه $\overrightarrow{A}$ إذا كانت الكمية القياسية C موجبة

في عكس اتجاه المتجه$\overrightarrow{A}$ إذا كانت الكمية القياسية C سالبة

وبالتالي سنعرض مثال يوضح ضرب المتجهات.

مثال 7.1

إذا كان$\overrightarrow{A} = 3\,\hat{\imath} - 6\,\hat{k}$ و $\vec{B} = 4\,\hat{\imath} + 8\,\hat{\jmath}$

فاحسب قيمة:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{A} - \frac{1}{4}\vec{B} \qquad ?$$

الحل:

$$\frac{1}{3}\vec{A} - \frac{1}{4}\overrightarrow{B} = \frac{1}{3}\left(3\,\hat{\imath} - 6\,\hat{k}\right) - \frac{1}{4}(4\,\hat{\jmath} + 8\,\hat{\jmath})$$

$$= \left(\hat{\imath} - 2\,\hat{k}\right) - (\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath})$$

$$= -2\left(\hat{\jmath} + \hat{k}\right).$$

ii) ضرب متجه في متجه آخر

عند ضرب متجه في متجه أخر فإن نتيجة الضرب أما أن تكون:

أ) الضرب الداخلي كمية قياسية ويسمى الضرب القياسي (النقطي)

يعرف الضرب الداخلي بين متجهين $\overrightarrow{A}$ و $\overrightarrow{B}$

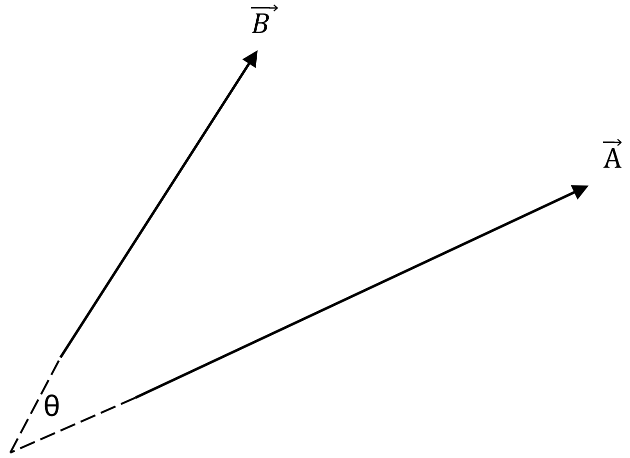
$$\overrightarrow{A}.\ \overrightarrow{\mathrm{B}} = |\mathrm{A}||B| \cos\ \theta$$

حيث أن:

$|A|$: هي مقدار المتجه $\overrightarrow{A}$

$|\mathrm{B}|$: هي مقدار المتجه $\overrightarrow{B}$

وأما θفهي الزاوية الصغرى بين المتجهين$\overrightarrow{\mathrm{A}}$ و$\overrightarrow{\mathrm{B}}$, $0 \leq \theta \leq \pi$كما يتضح من الشكل (6.1)



الشكل (1.6) : يبين الزاوية الصغرى بين المتجهين

خصائص الضرب الداخلي:

1. $\overrightarrow{A}.\overrightarrow{\mathrm{B}} = \overrightarrow{B}.\overrightarrow{\mathrm{A}}$
2. $\overrightarrow{A}\ .\left(\overrightarrow{B} + \overrightarrow{\mathrm{C}}\right) = \overrightarrow{\mathrm{A}}.\overrightarrow{\mathrm{B}} + \overrightarrow{A}.\overrightarrow{C}$

3. $\overrightarrow{A}.(\vec{B}-\vec{C})=\vec{A}.\vec{B}-\overrightarrow{A}.\overrightarrow{C}$

4. $\overrightarrow{A}.(d\vec{B}) = d\,(\overrightarrow{A}.\overrightarrow{B})$ حيث d كمية قياسية

والمثال التالي يوضح كيفية ضرب المتجه في متجه أخر الضرب الداخلي او القياسي.

مثال 8.1

إذا كانت المتجهات الآتية:

$$\overrightarrow{A} = 4\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath} - 4\widehat{K}$$

$$\vec{B} = 3\hat{\imath} - 4\,\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{C} = 2\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath} + \hat{k}$$

أحسب ما يلي:

أ- الزاوية بين المتجهين $\overrightarrow{A}$و $\vec{B}$

ب- $\overrightarrow{A}\,.\,(\vec{B}+\vec{C})$

ج- الزاوية بين المتجه$\vec{C}$ ومحور Z السالب

د- متجه الوحدة في اتجاه المتجه $\overrightarrow{A}$

الحل:

أ) $$\overrightarrow{A}.\vec{B} = |A||B|\cos\theta$$

وبذلك فإن:

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\mathrm{A}||\mathrm{B}|}$$

ولكن

$$\vec{A}.\ \vec{\mathrm{B}} \ = A_{\mathrm{X}}\mathrm{B}_{\mathrm{X}} + \mathrm{A}_{\mathrm{y}}\mathrm{B}_{\mathrm{y}} + \mathrm{A}_{\mathrm{Z}}\mathrm{B}_{\mathrm{Z}}$$

$$= (4)(3) + \ (2)(-4) + (4)(0)$$

$$= 4$$

وأما:

$$|\mathrm{A}| = \sqrt{A\mathrm{x}^2 + A\mathrm{y}^2 + A\mathrm{z}^2}$$

$$= \ \sqrt{16 + 4 + 16}$$

$$= 6$$

وكذلك:

$$|B| = \sqrt{9 + 16}$$

$$= 5$$

وعليه فإن:

$$\cos\theta = \frac{4}{6 \text{ x } \ 5} = \frac{2}{15}$$

أو:

$$\theta = \cos^{-1}(\frac{2}{15})$$

$$= 82.34°$$

ب) $\vec{A}\,.\,(\vec{B}+\vec{C}) = (4\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath} - 4\,\hat{k})\,.\,(5\hat{\imath} - 2\,\hat{\jmath} + \hat{k})$

$$= 20 - 4 - 4$$

$$= 12$$

ج – نختار متجه في اتجاه محور Z السالب، وابسط متجه في هذا الاتجاه هو $(-\hat{k})$

وعليه فإن:

$$\vec{C}.(-\hat{k}) = (2\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath} + \hat{k}).(-\hat{k})$$

$$= -1$$

$$|\vec{C}| = 3$$

وكذلك:

$$|-\hat{k}| = 1$$

وعليه فإن:

$$\cos\theta = \frac{-1}{3}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}(-\frac{1}{3})$$

$$= 109.5°$$

د) متجه الوحدة في اتجاه $\vec{A}$

$$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

$$= \frac{1}{6}\left(4\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath} - 4\,\hat{k}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(2\,\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 2\,\hat{k}\right)$$

ب) الضرب التعامدي كمية متجهه ويسمى الضرب ألاتجاهي (التقاطعي)

يعرف الضرب الاتجاهي كالآتي:

$$\vec{A} \times \vec{B} = |A||B| \sin\theta \;\; \hat{n}$$

حيث أن:

$\hat{n}$: متجه الوحدة في اتجاه $\vec{A} \times \vec{B}$

θ : الزاوية الصغرى بين متجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$، $0 \le \theta \le \pi$

خصائص الضربالتعامدي:

1. $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{B} \times \vec{A}$
2. $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$
3. $\vec{A} \times (\vec{B} - \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} - \vec{A} \times \vec{C}$
4. $\vec{A} \times d\,\vec{B} = d\,(\vec{A} \times \vec{B})$

والآن سوف نقوم بعرض مثال يوضح الضرب التعامدي الاتجاهي.

مثال 9.1

إذا كانت المتجهات الآتية:

$$\vec{A} = 4\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath} + 4\,\hat{k}$$

$$\vec{B} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$$

$$\vec{C} = 2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}$$

احسب ما يلي:

أ) $\vec{A} \times \vec{B}$

ب) $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})$

ج) متجه الوحدة في اتجاه : $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})$

الحل:

أ)
$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\imath} + (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\jmath} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{k}$$

$$= [(2)(0) - (4)(-4)]\hat{\imath} + [(4)(3) - (4)(0)]\hat{\jmath}$$
$$+ [(4)(-4) - (2)(3)]\hat{k}$$

$$= 16\,\hat{\imath} + 12\,\hat{\jmath} - 22\,\hat{k}$$

وباستخدام المحدد الثلاثي:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 4 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

وبحل المحدد الثلاثي نحصل على:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \hat{\imath}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} - \hat{\jmath}\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= 16\,\hat{\imath} + 12\,\hat{\jmath} - 22\,\hat{k}$$

ب) $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})$

في البداية نحسب: $\vec{B} + \vec{C}$

$$\vec{B} + \vec{C} = (3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}) + (2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k})$$

$$= 5\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + \hat{k}$$

وبذلك فإن:

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 4 & 2 & 4 \\ 5 & -6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\imath}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 1 \end{vmatrix} - \hat{\jmath}\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= 26\,\hat{\imath} + 16\,\hat{\jmath} - 34\,\hat{k}$$

ج)

$$\hat{n} = \frac{\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})}{|\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})|}$$

من الفقرة (ب):

$$|\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C})| = \sqrt{(26)^2 + (16)^2 + (-34)^2} = 45.7$$

وبذلك فإن:

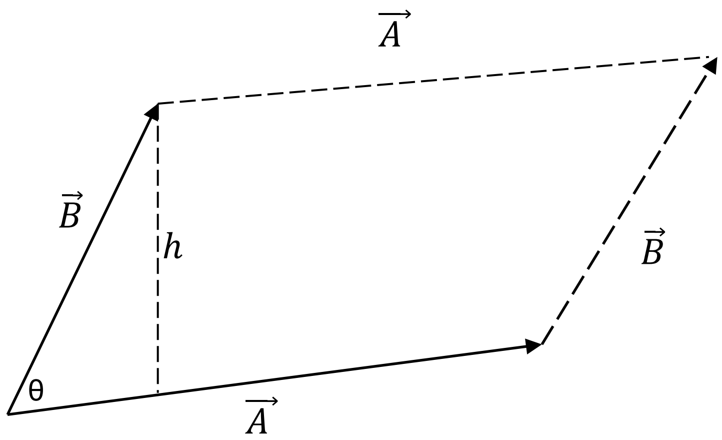
$$\hat{n} = \frac{1}{45.7}\left(26\hat{\imath} + 16\,\hat{\jmath} - 34\,\hat{k}\right)$$

4.1 تطبيقات:

هنا سنقوم بعرض بعض أمثلة التطبيقية التي توضح ضرب المتجهات.

مثال 10.1

ماذا يمثل $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right|$ في الشكل المبين ؟



الحل:

$$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = |A||B|\sin\theta$$

ولكن من الشكل:

$$\sin\theta = \frac{h}{B}$$

و عليه فإن:

$$\Rightarrow h = B\sin\theta$$

$$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = Ah$$

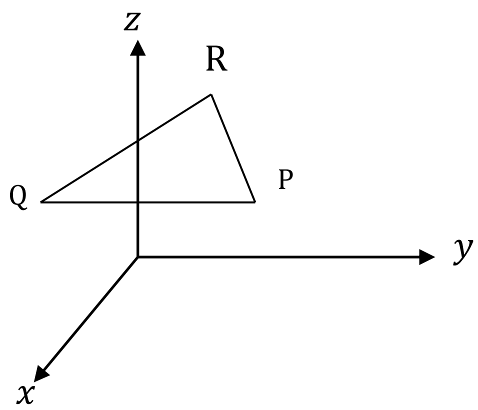
hA يمثل مساحة متوازي الأضلاع الذي يكون فيه المتجهان $\vec{B}$ و $\vec{A}$ ضلعين متجاورين

مثال 11.1

أوجد مساحة المثلث الذي أحداثيات رؤوسه هي (3، 1‚2−)R، (1، 1−،2)Q،(1,3,2) P؟

الحل:

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2}\left|\vec{A} \times \vec{B}\right|$$



$$\overrightarrow{PQ} = \hat{\imath} - 4\hat{\jmath} - \hat{k}$$

$$\overrightarrow{PR} = -2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$$

∴ مساحة المثلث:

$$= \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & -4 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left|-5\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 9\hat{k}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{25 + 1 + 81}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{107}$$

$$= 5.17$$

الفصل الثاني

علم وصف الحركة

1.2 تمهيد

لتحديد متجه الموضع لجسم في الفضاء ثلاثة أبعاد فإننا بحاجة إلى مركز نظام إحداثي وليكن هذا المركز مكان الرصد ومتجه الإزاحة هي ذلك التغير الذي ينشأ في متجه الموضع نتيجة حركة الجسم.

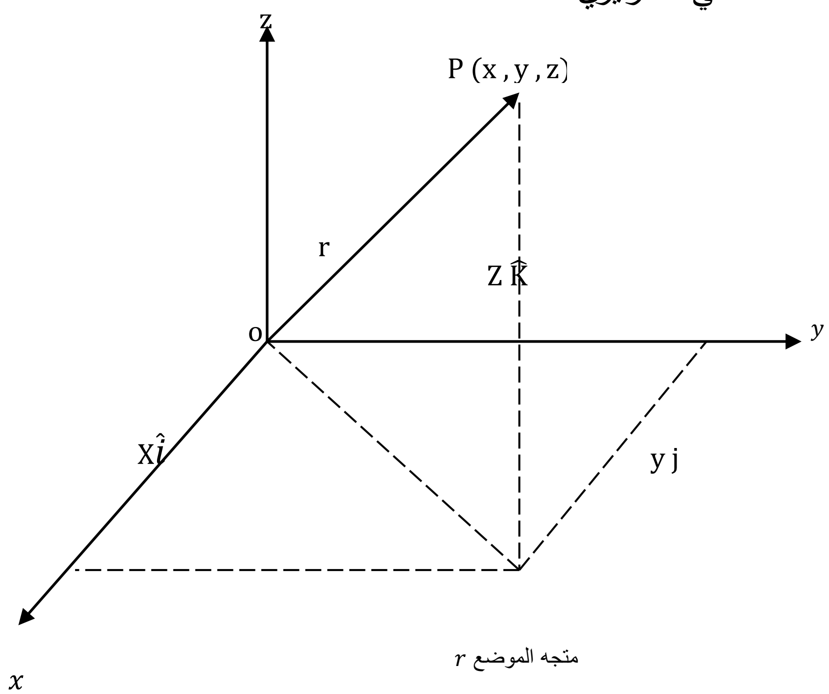
2.2 متجه الموضع ومتجه الإزاحة:

Position Vector and Displacement Vector

ويعرف متجه الموضع لجسم ما على إنه المتجه الذي يبدأ من مركز نظام الإحداثيات المستخدم وينتهي عند موضع الجسم بالفضاء ويرمز لمتجه الموضع بالرمز $\longrightarrow$

$$\vec{r} = X\,\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + Z\,\hat{k}$$

وذلك في النظامالاحداثي الكارتيزي



متجه الموضع r

إذا كانت $Z = 0$ فإن

$$\vec{r} = X\,\hat{\imath} + y\,\hat{\jmath}$$

أي متجه الموضع $\vec{r}$ يكون في بعدين (x, y)

أما إذا كانت $y = z = 0$ فإن :

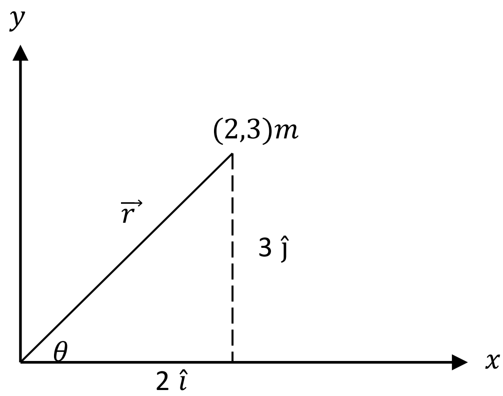
$$\vec{r} = X\hat{\imath}$$

أي متجه الموضع $\vec{r}$ يكون في بعد واحد (x)

وهذا مثال يوضح كيفية تحديد متجه الموضع في الإحداثيات الكارتيزية.

مثال 1.2

جسيم يقع عند نقطة إحداثيات $(2{,}3)m$ حدد متجه الموضع لهذا الجسيم بالإحداثيات القطبية؟



الحل:

$$\vec{r} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2}$$

$$= 3.6\ m$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{2}$$

$$\theta = 56°$$

متجه الإزاحة:

ويعرف متجه الإزاحة $\longrightarrow$ على إنه المتجه الذي يبدأ من المكان p_1 وينتهي عند موضع الجسم p_2

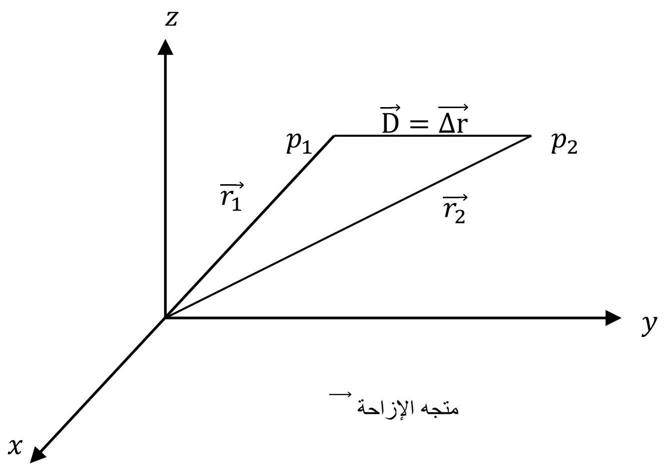
أي أن:

$$\overrightarrow{D} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{\Delta r}$$

$$\overrightarrow{D} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (Z_2 - Z_1)\hat{k}$$

وفي بعد واحد

$$\overrightarrow{D} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} = \Delta x\hat{\imath}$$



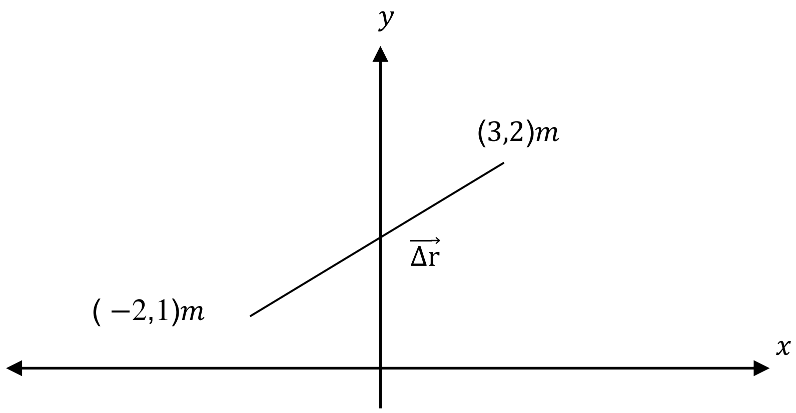
متجه الإزاحة $\longrightarrow$

ووحدة قياس متجه الإزاحة هي المترفي النظام الدولي(SI).

والمثال الذي أمامك يعرض كيفية التعبير عن متجه الإزاحة مقدارا واتجاها.

مثال 2.2

رصد جسيم في لحظة ما فكان في الموضع $(3,2)m$ وبعد فترة وجيزة وجد أن الجسيم أصبح في الموضع $(-2,1)m$ وضح متجه الإزاحة على الرسم وأوجد مقداره واتجاهه؟



$$\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}$$

حيث أن:

$$\overrightarrow{r_1} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} \quad (m)$$

$$\overrightarrow{r_2} = -2\hat{\imath} + \hat{\jmath} \quad (m)$$

$$\overrightarrow{\Delta r} = -5\hat{\imath} - \hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{|\Delta r|} = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2}$$

$$\overrightarrow{\Delta r} = 5.099m$$

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{-1}{-5})$$

$$\theta = 11.3°$$

3.2متوسط السرعة والسرعة اللحظية:

Average and Instantaneous Velocity

تعرف متوسط السرعة لجسم يتحرك بين موضعين بأنها حاصل قسمة متجه الإزاحة بين الموضعين علي الفترة الزمنية التي حصلت فيها هذه الإزاحة ،متوسط السرعة هي كمية فيزيائية مشتقة ونرمز لمتوسط السرعة بالرمز V_{av}.

$$\mathrm{V_{av}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \qquad (2.3)$$

حيث أن $\vec{\Delta}$ هي الإزاحة بين الموضعين

Δt هو الفترة الزمنية التي حصلت فيها الإزاحة

ويمكن كتابة المعادلة على الصورة:

$$\mathrm{V_{av}} = \frac{1}{\Delta \mathrm{t}}(\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{\mathrm{r}_1})$$

$$= \frac{1}{\Delta \mathrm{t}}\{(x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (Z_2 - Z_1)\hat{k}\}$$

$$= \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta \mathrm{t}}\hat{\imath} + \frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{t}}\hat{\jmath} + \frac{\Delta \mathrm{z}}{\Delta \mathrm{t}}\hat{\mathrm{k}} \qquad (2.4)$$

وفي بعد واحد فإن:

$$V_{av} = \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta \mathrm{t}}\hat{\imath} \qquad (2.5)$$

من المعادلة (2.3) أومن المعادلة (2.5) يتضح لنا أن وحدة متوسط السرعة هي (متر\ثانية) (m/s)في النظام الدولي(SI).

وسنقوم بعرض مثال يوضح متوسط السرعة الجسم مقتران بالزمن.

مثال 3.2

انتقل جسيم من الموضع m(2 –،3 ،5) إلى الموضع m(7–، 6، 8–) خلال زمن قدره ثانيتين ($2s$) ما متوسط سرعة الجسيم؟

الحل:

$$\overrightarrow{r_1} = 5\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k} \quad (m)$$

$$\overrightarrow{r_2} = -8\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} - 7\hat{k} \quad (m)$$

وبذلك فإن:

$$\overrightarrow{\Delta t} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}$$

$$= -13\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 5\hat{k}$$

ومن تعريف متوسط السرعة نعوض في المعادلة:

$$V_{av} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$$

$$= \frac{1}{2}\left(-13\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 5\hat{k}\right)$$

$$= -6.5\hat{\imath} + 1.5\hat{\jmath} - 2.5\hat{k} \; m/s$$

السرعة اللحظية:

من تعريف متوسط السرعة بين موضعين

$$\vec{V}_{av} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{\Delta t}$$

إذا كانت الزمن Δt قصيرة أي أن $(\Delta t \to 0)$ فإن النقطتين $(\vec{r_2}, \vec{r_1})$ تنطبقان على نفسهما عند ذلك فإننا نتحدث عن سرعة في لحظة معينة أو محددة لذلك سميت بالسرعة اللحظية، ونرمز لها بالرمز $\vec{V}$ ونكتب الصيغة الرياضية لسرعة اللحظية $\vec{V}$ كالآتي:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta t}}{\Delta t} \qquad (2.6)$$

وهذا من تعريف المشتقة الأولى:

$$\vec{V} = \frac{\overrightarrow{d\,r}}{dt} \qquad (2.7)$$

في بعد واحد:

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\hat{\imath} \qquad (2.8)$$

$$\vec{V} = V_x\hat{\imath} \qquad (2.9)$$

إذا نكتب المعادلة(2.8)على نحو التالي:

$$\vec{V} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}\right)$$

أو

$$\vec{V} = V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath} + V_z\hat{k}$$

والمثال التالي ماهو إلا مثال يوضح السرعة اللحظية لجسيم لاتزان في الزمن.

مثال 4.2

إذا كانت إزاحة جسيم يتحرك في الفضاء تعطى كاتزان في الزمن

$$\vec{r} = (2t^2 + 3)\hat{\imath} + \left(\frac{1}{3}t^3 + t\right)\hat{\jmath} + 10t\,\hat{k}$$

احسب السرعة اللحظية عند(s) $t = 2$ ؟

الحل:

$$\vec{V} = V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath} + V_z\hat{k}$$

نشتق المعادلة الأصلية

$$\vec{r} = (2t^2 + 3)\hat{\imath} + \left(\frac{1}{3}t^3 + t\right)\hat{\jmath} + 10t\,\hat{k}$$

$$\vec{r'} = 4t\,\hat{\imath} + \left(3.\frac{1}{3}t^2 + 1\right)\hat{\jmath} + 10t\ \hat{k}$$

نعوض في tعندما (s) $t = 2$

$$\overrightarrow{V_{(2)}} = 4(2)\hat{\imath} + ((2)^2 + 1)\hat{\jmath} + 10\hat{k}$$

$$\vec{V} = 8\,\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 10\hat{k}(m/s)$$

4.2متوسط التسارع والتسارع اللحظي:

Average Acceleration and Instantaneous acc

يعرف متوسط التسارع لجسم يتحرك بين موضعين بأنه حاصل قسمة التغير في سرعة الجسم $(\overrightarrow{\Delta V})$ علي الفترة الزمنية (Δt) اللازمة للجسم فإن متوسط التسارع كمية فيزيائية مشتقة ويرمز لها بالرمز $\overrightarrow{a_{av}}$فإن:

$$\overrightarrow{a_{\mathrm{av}}} = \frac{\overrightarrow{\Delta t}}{\Delta \mathrm{t}} \qquad (2.10)$$

ووحدة قياسها هي $(\mathrm{m/s^2})$في النظام الدولي(SI).

التسارع اللحظي $\overrightarrow{\ }$

نأخذ نفس الطريقة التي اتبعناها في السرعة اللحظية إذا كانت $(\Delta t \rightarrow 0)$ فإن من المعادلة (2.10)نجد أن:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta \mathrm{t} \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta \mathrm{V}}}{\Delta \mathrm{t}}$$

أي أن:

$$\vec{a} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{dv}}}{\mathrm{dt}}$$

وبالتعويض في المعادلة $\frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \overrightarrow{\ }$ عن قيمة$\vec{V}$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\overrightarrow{d\mathrm{r}}}{d\mathrm{t}}\right)$$

$$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{d^2 r}}{d\mathrm{t}^2}$$

أي أن التسارع $\overrightarrow{\quad}$ يمثل ميل منحني السرعة والزمن لإيجاد التسارع.

وهذامثال يوضح متوسط التسارع والتسارع اللحظي.

مثال 5.2

عندما كان جسم في مركز إحداثيات كانت سرعته $\overrightarrow{\quad}_{(0)} = 5\hat{\imath}\ m/s$ وكان تسارعه $\vec{a} = 3\ \hat{\jmath}\ (m/s^2)$ أحسب:

1- متجه الموضع $\overrightarrow{\quad}$ وسرعته $\overrightarrow{\quad}$ عند أي لحظة t

2-متجه الموضع $\overrightarrow{r}$ وسرعته $\vec{V}$ عندما $t = 2\ \ (s)$

الحل:

$$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{d\mathrm{t}}$$

نضرب الطرفين في الوسطين:

$$\overrightarrow{dv} = \vec{a}dt$$

لنتخلص من d نأخذ التكامل للطرفين:

$$\int \overrightarrow{dv} = \int \vec{a}\, dt$$

$$\vec{V} = \int \vec{a}\, d\mathrm{t}$$

بإجراء عملية التكامل نجد أن:

$$\vec{V} = \int 3\,\hat{\jmath}\, dt + \overrightarrow{C_1}$$

حيث أن $_1$ ثابت

$$\overrightarrow{V_{(t)}} = 3t\,\hat{\jmath} + \overrightarrow{C_1}$$

عندما: $\overrightarrow{\mathrm{V}_{(0)}} = 5\hat{\imath}$، $t = 0$

$$\overrightarrow{C_1} = 5\hat{\imath}$$

وعليه فإن:

$$\overrightarrow{\mathrm{V}_{(\mathrm{t})}} = 5\hat{\imath} + 3t\,\hat{\jmath} \quad (m/s)$$

فإن:

$$\overrightarrow{dr} = \vec{\mathrm{V}}\, d\mathrm{t}$$

بإجراء عملية التكامل نجد أن:

$$\vec{\mathrm{r}} = \int (5\hat{\imath} + 3\mathrm{t}\,\hat{\jmath})\, d\mathrm{t} + \overrightarrow{\mathrm{C}_2}$$

$$\overrightarrow{r_{(t)}} = \ \ 5\ t\ \hat{\imath} + 1.5t^2\hat{\jmath} + \overrightarrow{C_2}$$

عندما $\overrightarrow{r_{(0)}} = 0$ ،$t = 0$

$$\overrightarrow{r_{(t)}} = 5t\ \hat{\imath} + 1.5t^2\ \hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{V_{(t)}} = 5\ \hat{\imath} + 3t\ \hat{\jmath}$$

نعوض عن قيمة $t = 2$

$$\overrightarrow{V_{(2)}} = 5\ \hat{\imath} + 3(2)\hat{\jmath}$$

$$= 5\ \hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{(t)}} = 5t\ \hat{\imath} + 1.5t^2\hat{\jmath}$$

نعوض عن قيمة $t = 2$

$$\overrightarrow{r_{(2)}} = 5(2)\hat{\imath} + 1.5(4)\hat{\jmath} \Rightarrow \ \ = 10\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$$

5.2 معادلات الحركة الخطية:

DimensionEquations of Motion in one

بعد أن تعرفنا على مفاهيم الإزاحة والسرعة والتسارع فإننا سوف نبدأ في دراسة حركة جسيم تحت تأثير تسارع منتظم وفي اتجاه واحد.

لقد عرفّنا متوسط التسارع كالآتي:

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta \mathrm{V}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{V - V_0}{\mathrm{t} - 0}$$

حيث أن:

V: سرعة الجسيم عند زمن t

V_0: سرعة الجسيم عند بداية الحركة $t = 0$

وبالضرب التبادلي فإن:

$$V - V_0 = a\mathrm{t}$$

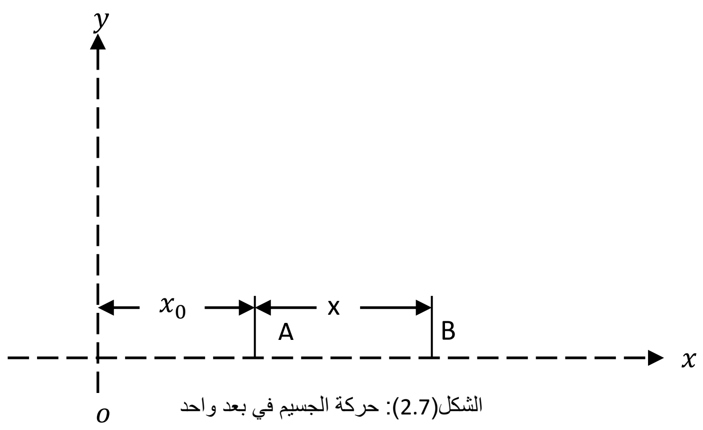
أو

$$V = V_0 + at \qquad (2.11)$$

حيث أن:

المعادلة (2.11) هي المعادلة الأولي من معادلات الحركة للجسيم في اتجاه واحد تحت تسارع ثابت.

والآن اعتبر أن الجسم يتحرك في اتجاه محور x كما في الشكل(2.7)



الشكل(2.7): حركة الجسيم في بعد واحد

نفرض أن الجسم بدأ حركته عند النقطة Aعلى بعد (x_0)من المركز وبسرعة ابتدائية (V_0) في اتجاه محور xالموجب.

بعد زمن مقداره t يكون الجسم قد قطع مسافة (x) وتعطى x_1 بالصيغة الرياضية الآتية:

$$x_1 = \frac{V_0 + V}{2} t$$

حيث أن:

V: سرعة الجسيم عند الزمن t

وبذلك يكون الجسم قد وصل إلى الموضع (x)الذي يعطى بالصيغة الآتية:

$$x = x_0 + x_1$$

أو

$$x = x_0 + \frac{V_0+V}{2} t \qquad (2.12)$$

ونعوض الآن عن السرعة Vمن المعادلة (2.11) نحصل علي:

$$x = x_0 + \left(\frac{V_0 + V_0 + at}{2}\right) t$$

أو

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (2.13)$$

المعادلتان (2.12) و (2.13) هما: المعادلة الثانية والمعادلة الثالثة للحركة الخطية بتسارع ثابت.

والآن يمكن إيجاد معادلة رابعة للحركة وهي معادلة غير مستقلة، حيث سنحصل عليها بحذف t من المعادلة (2.13).

من المعادلة (2.11):

$$t = \frac{V - V_0}{a}$$

وبالتعويض في المعادلة (2.13) نحصل على:

$$x = x_0 + \mathrm{V}_0 \left(\frac{\mathrm{V} - \mathrm{V}_0}{a}\right) + \frac{1}{2} \mathrm{a} \left(\frac{\mathrm{V} - \mathrm{V}_0}{a}\right)^2$$

أو

$$2a\,(x - x_0) = 2V_0(\mathrm{V} - \mathrm{V}_0) + (\mathrm{V} - \mathrm{V}_0)^2$$

$$= (V - V_0)(2V_0 + V - V_0)$$

$$= V^2 - \mathrm{V}_0^2$$

أو

$$V^2 = \mathrm{V}_0^2 + 2a(\mathrm{x} - \mathrm{x}_0) \qquad (2.1)$$

المعادلات: (2.11)،(2.12)،(2.13)،(2.14) تمثل معادلات الحركة لجسيم يتحرك بتسارع ثابت وفي بعد واحد.

والآن سنقوم بعرض بعضاالأمثلة التي توضح معادلات الحركة الخطية.

مثال 6.2

اخترقت رصاصة لوح من الخشب سمكه $14cm$ بشكل عمودي على مستواه فإذا دخلت اللوح بسرعة$450m/s$ وتركته بسرعة $220\ m/s$ فما هو تسارع الرصاصة خلال مرورها بلوح الخشب؟

الحل:

$$V_0 = 450\,m/s$$

$$\mathrm{V} = 220\ \ m/s$$

$$x = \ 14\ \ \ cm$$

نعوض في المعادلة (2.14):

$$V^2 = \mathrm{V}_0^2 + 2a\ (\mathrm{x} - \mathrm{x}_0)$$

$$(220)^2 = (450)^2 + 2a\ (14 \times 10^{-2})$$

$$a = \frac{(220)^2 - (450)^2}{28 \times 10^{-2}}$$

$$= -\frac{670 \text{ x } 230}{28 \text{ x} 10^{-2}}$$

$$= -55 \text{ x} 10^{4} \frac{m}{s^2}$$

مثال 7.2

يتحرك جسم بسرعة ابتدائية 16 m/s، فإذا توقف بعد تأثره بتسارع ثابت بعد 40 m احسب:

أ) تسارع الجسم.

ب) الزمن الذي مضى حتى توقف.

الحل:

أ) نستخدم المعادلة:

$$V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$0 = (16)^2 + 2a(40)$$

$$a = -\frac{(16)^2}{80} = -3.2 \ \frac{m}{s^2}$$

ب)نستخدم المعادلة:

$$V = V_0 + at$$

$$0 = 16 - 3.2\,t$$

$$\Rightarrow\ t = \frac{16}{3.2} = 5\ (s)$$

6.2 تطبيقات:

1.6.2السقوط الحر:Free fall

وتعني بالسقوط الحر هو حركة الأجسام تحت تأثير قوة الجاذبية الأرضية دون سواها، وحركة الأجسام هذه أما أن تكون رأسيا إلى الأعلى أو رأسيا إلى الأسفل.

وبما أن قوة الجاذبية الأرضية تتجه باستمرار نحو مركز الأرض (إلى الأسفل)، فأنها تزيد من سرعة الجسم الساقط إلىأسفل وتقلل من سرعة الجسم المقذوف إلى أعلى.

تعتبر حركة الأجسام الساقطة من أهم التطبيقات، حيث أن التسارع المؤثر في هذه الأجسام هو تسارع الجاذبية الأرضية ويرمز له بالرمز g ويمكن اعتباره تسارعا ثابتا ضمن منطقة محدودة قريبة من الأرض. وقيمة هذا التسارع $g = 9.8\ m/s^2$ واتجاهه باستمرار نحو مركز الأرض (إلى الأسفل).

إذا اعتبرنا اتجاه حركة الأجسام الساقطة هو محور y فإن معادلات الحركة للأجسام هي نفسها المعادلات (2.11) و (2.12) و (2.13) و (2.14) وذلك باستبدال :

$$x \rightarrow y$$

$$a \rightarrow ay$$

وعليه فإن هذه المعادلات هي:

$$\mathrm{V_y} = \mathrm{V_{y0}} + ay^{t}$$

$$y = y_0 + V_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$\mathrm{V_y^2} = \mathrm{V_{y0}^2} + 2a_y(\mathrm{y} - \mathrm{y_0})$$

وهذا مثال توضيحي تطبيقيعلى السقوط الحر.

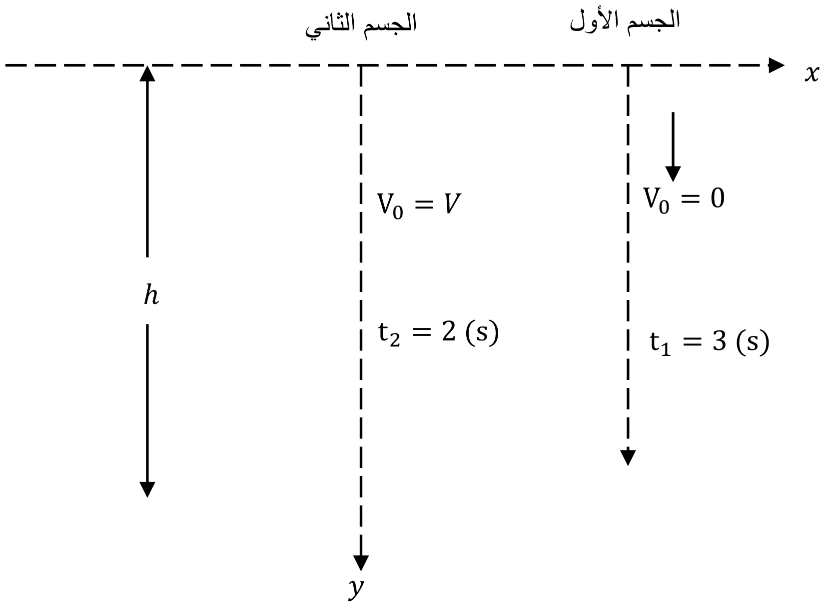
مثال 8.2

سقط جسم من مكان مرتفع، وبعد ثانية واحدة قذف جسم آخر من نفس المكان إلى أسفل بسرعة V، فلحق بالجسم الأول بعد ثانيتين من قذفه أحسب:

أ) سرعة الجسم الثاني الابتدائية

ب) العمق الذي يلحق عنده الجسم الثاني بالجسم الأول

الحل:



الجسم الأول قد استغرق زمنا يساوي$3(s)$ ، بينما يكون الجسم الثاني قد استغرق زمنا يساوي$2(s)$.

نستخدم المعادلة:

$$y = y_0 + V_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

حيث أن:

$$y = h \qquad\qquad y_0 = 0$$

$$a_y = 9.8 \ \ \frac{m}{s^2}$$

بالنسبة إلى الجسم الأول:

$$t_1 = 3 \ \ (s)$$

$$V_0 = 0$$

$$h = 0 + 0 + 4.9\,(3)^2$$

$$= 44.1 \quad \text{m}$$

وأما بالنسبة إلى الجسم الثاني فأن:

$$\mathrm{t}_2 = 2\ (\mathrm{s})$$

$$V_0 \neq 0$$

وعليه فإن:

$$h = 0 + V_0 t_2 + \frac{1}{2}(9.8)\mathrm{t}^2$$

وبالتعويض عن هذه القيم نجد أن:

$$44.1 = 2V_0 + 4.9\,(2)^2$$

$$V_0 = 12.25 \quad \text{m/s}$$

2.6.2 الحركة في مستوى (حركة المقذوفات):

Motion in aPlane(Projectilemotion)

سوف ننتقل الآن من دراسة الحركة في بعد واحد (السقوط الحر) إلى دراسة الحركة في بعدين (حركة المقذوفات)، وحركة المقذوفات هي تطبيق آخر على حركة الأجسام تحت تأثير تسارع ثابت (تسارع الجاذبية الأرضية)، ومما يجذر ذكره أنه بعد الانتهاء من دراسة هذا الجزء تكون قادرا على أنه:

1- تستخدم معادلات الحركة الخطية (المعادلات:(2.11)و(2.12)و(2.13)و(2.14) في حل المسائل المتعلقة بحركة المقذوفات.

2- إدراك أن الحركة في مستوى (حركة المقذوفات) تتركب من حركتين في آن واحد: أحداهما أفقية ولا تأثير لتسارع الجاذبية الأرضية عليها (أي أن السرعة فيها تبقى ثابتة) والأخرى رأسية تتأثر بتسارع الجاذبية الأرضية.

3- توضيح أن العلاقات الرياضية (بالرموز)المستخلصة من حل أسئلة المقذوفات ليست مفاهيم فيزيائية يعتمد عليها في حل الأسئلة الأخرى.

ولدينا مثال يوضححركة في مستوى حركة المقذوفات.

مثال 9.2

تركت مقذوفة الأرض بزاوية 20° مع الأفق وبسرعة مقدارها $11m/s$، فجد:

أ) أطول مسافة تستطيع أن تصلها المقذوفة مع الأفق.

ب) أقصى ارتفاع للمقذوفة في الفضاء.

الحل:

أ) لإيجاد ابعد مسافة تصلها المقذوفة أفقيا، يمكن استخدام قانون المدى حيث:

$$R = \frac{v_0^2\ sin^2\theta}{\mathrm{g}}$$

$$\mathrm{R} = \frac{(11)^2 \mathrm{x}\ (\ 0.342\ )\ (0.342)}{9.8} = 1.444 \quad m$$

ب) لإيجاد أقصى ارتفاع تصله المقذوفة في الهواء، نستخدم القانون التالي:

$$\mathrm{y_{max}} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2\mathrm{g}}$$

$$= \frac{(11)^2 \mathrm{x}(0.342)(0.342)}{2\ \mathrm{x}\ 9.8}$$

$$= 0.722 \quad m.$$

الفصل الثالث

ديناميكا الجسيمات (علم التحريك)

1.3 تمهيد

سنتناول في هذا الفصل (ديناميكا الجسيمات) سوف نتعرف إلى مسببات الحركة، أي أننا سوف نقوم بربط حركة الجسيمات بمسبباتها أي بالقوة المؤثرة في هذه الجسيمات والقوة مفهوم أساسي في علم الميكانيكا.

2.3 القوة

إما شد أو دفع يبذل على جسم ما وهي كمية متجهة لها مقدار واتجاه وإذا ما أثرت قوة ما على أي جسم دون موازنها بقوة معادلة أخرى فإن هذا الجسم يتحرك بعجلة تحت تأثير هذه القوة والعكس صحيح بحيث أن أي جسم يتحرك بعجلة في اتجاه معين لابد أن تكون هناك قوة تؤثر على هذا الجسم في اتجاه عجلته، كما يمكن أن تكون القوي نتيجة التأثير عن بعد كالقوى الكهربائية والمغناطيسية، وتتناسب قيمة القوة التي تؤثر على جسم ما دون موازنها بقوة أخرى مع حاصل ضرب الكتلة هذا الجسم في عجلة حركته الناتجة من تأثير هذه القوة عليه.

وينص على أنه القوة هو تأثير جسم طبيعي على جسم طبيعي أخر ويختلف تأثير القوة التي يؤثر بها جسم على آخر باختلاف نوع القوة.

3.3 قوانين الحركة

1.3.3قانون القصور الذاتي:The law of inertia

اعتقد الفيلسوف الإغريقي أرسطو أن الحالة الطبيعية للجسيم هي حالة السكون الوحيدة للأجسام وأن حركة الأجسام منتظمة أو متسارعة أي أن حالة السكون أو حالة الحركة المنتظمة بخط مستقيم يسمى قصورا ويمكن صياغة هذا القانون كالآتي:

يبقى الجسم محافظا على حالته من السكون أو الحركة المنتظمة بسرعة ثابتة على خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية.

والصيغة الرياضية للقانون:

محصلة القوة المؤثرة على الجسم الساكن أو المتحرك يساوي صفر أي أن:

$$\sum F = 0$$

ونظرا لتفاوت الأجسام في قصور الذاتي أي حاجتها إلى قوة مختلفة لأحداث نفس التغيير في حالتها الحركية فقد تم تعريف مصطلح كمي جديد للتعبير عن هذه الحالة وهو مفهوم الكتلة القصورية والتي يتميز بينها وبين الكتلة الجاذبية.

2.3.3 قانون نيوتن الثاني:New tons Second Law

يعطي هذا القانون العلاقة الكمية بين محصلة القوة المؤثرة على جسم ما وبين التغيير الحاصل في الحركة الجسم والتي تمثل في تسارع الجسم.

وينص قانون نيوتن الثاني على أنه:

إذا أثرت على جسم فإنها تكسبه تسارعا يتناسب طرديا مع تلك القوة وعكسيا مع كتلة الجسم وصيغته الرياضية هي:

$$\vec{\mathrm{F}} = m\,\vec{a}$$

وإذا أثرت علي جسم قوتان أو أكثر فإن القانون الثاني يصبح:

$$\sum \vec{\mathrm{F}} = m\,\vec{a}$$

حيث أن:

$\vec{\mathrm{F}}$: القوة المحصلة المؤثرة على الجسم.

m : كتلة الجسم.

$\overrightarrow{a}$:تسارع الجسم.

يقصد هنا بالقوة المحصلة $\vec{F}$بالجمع الإتجاهي لجميع القوة المؤثرة علي هذا الجسم

حيث أن:

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

هي معادلة اتجاهية حيث يمكن أن نعبر عنها بدلالة مركباتها باتجاه ثلاثة محاور:

$$\vec{F}_x = m\vec{a}_x$$

$$\vec{F}_y = m\vec{a}_y$$

$$\vec{F}_z = m\vec{a}_z$$

وسنعرض مثاليوضح تطبيق قانون نيوتن الثاني.

مثال 1.3

أثرت قوة (N) $\vec{F} = 2\,\hat{i} + 8\,\hat{j}$ على جسم كتلته(kg) $m = 2$ أحسب تسارع الجسم؟

الحل:

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

أي أن:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a} = \frac{2\,\hat{\imath} + 8\,\hat{\jmath}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(2\,\hat{\imath} + 8\,\hat{\jmath})$$

$$= \hat{\imath} + 4\,\hat{\jmath} \qquad m/s^2$$

ومن المتجه $\vec{a}$ نوجد مقدار التسارع:

$$a = \sqrt{(1)^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 16}$$

$$= 4.12 \quad \frac{m}{s^2}$$

ومن مقدار التسارع تعمل زاوية θ مع محور x الموجب

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{4}{1})$$

$$= 76°$$

3.3.3 قانون نيوتن الثالث:Newten Third Law

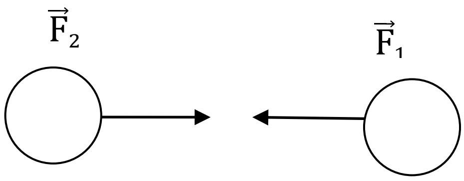
ينص قانون نيوتن على أنه:

لكل قوة فعل قوة رد فعل مساوية لها في المقدار ومعاكسة لها في الاتجاه.

وهذا ما يعرف بقانون نيوتن الثالث ومن المهم هنا التأكيد على أن كل من الفعل ورد الفعل تؤثر على جسم مختلف فإن محصلتها لا تساوي صفرا إذا اعتبر الجسمان جزئيين من جسم واحد وعندها تصبح هاتان القوتان قوتين داخليتين ومحصلتهما تساوي صفر ويمكن صياغة قانون نيوتن الثالث رياضيا.

فإذا كان الجسمين $\vec{F}_2 , \vec{F}_1$ يؤثر إحداهما علي الأخر فإن القوتين $\vec{F}_2 , \vec{F}_1$ تكونان متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه أي أن:

$$\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$$



ومجموع قوتان داخليتين تساوي صفر

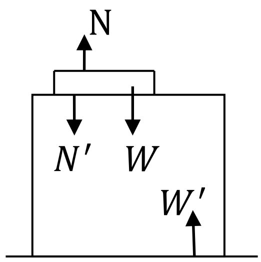
$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 0$$

4.3 أنواع القوة:

1.4.3 وزن الجسم:Weight

حيث أن وزن الجسم (قوة جذب الأرض) ويرمز لها بالرمز W وهو كمية متجهه عمودية على سطح الأرض باتجاه مركزها.

حيث أن وزن الجسم (قوة جذب الأرض)W'،W رد الفعل يكونان زوجا من الفعل ورد الفعل وكذلك القوتان N, N'هماالقوتان التي يؤثر بها الكتاب على الطاولة N' ورد فعل لهاNتكونان أيضا زوجا من الفعل أي أن:



$$W = -W \quad ، \quad N = -N$$

أي أن القوة التي تؤثر على الكتاب هي N و W وحيث أنه في حالة السكون فإن تسارعه يساوي صفر لذلك فإن $W = -N$

وبالتالي فإن قيمة القوتين متساويتان

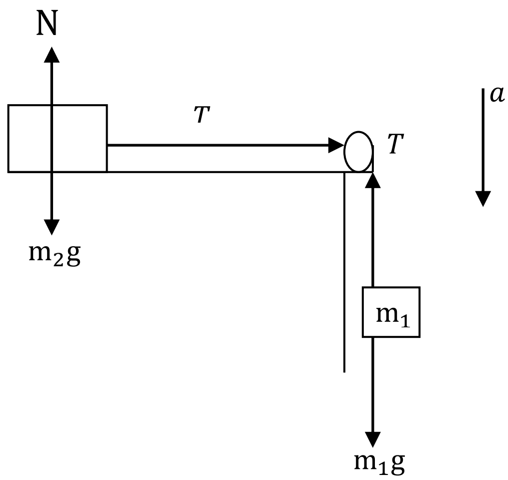
$$W = N = mg$$

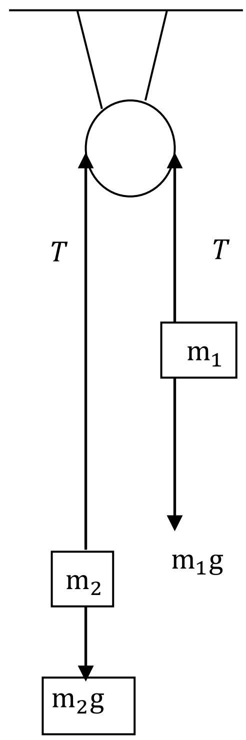
حيث أن g تسارع عجلة الجاذبية الأرضية تساوي $9.18 \quad m/s^2$

تسمى N بقوة رد فعل العمودي حيث في غياب الاحتكاك تكون هذه القوة عمودية على السطح.

2.4.3قوة الشد:Tensionforces

إذا افترضنا أن الخيوط التي تمر على البكرات وتلك المتصلة بالأجسام المتحركة لا وزن لها وكذلك أطوالها ثابتة فإن قوة الشد في أجزاء الخيط تكون حينئذ متساوية.

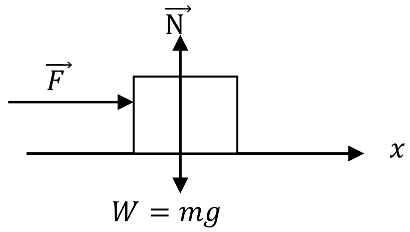




3.4.3قوة الاحتكاك:Frictional Forces

عند تلامس جسمين ينشأ بينهما نوع من القوة يعرف بقوة الالتصاق هذه القوة يمكن تحليلها عادة إلى قوتين أحدهما عمودية على سطح التماس وتعرف بالقوة العمودية N والأخرى موازية لهذا السطح وتعرف بقوة الاحتكاك f.

وتتغير قوة الاحتكاك بتغير خشونة الأجسام وكذلك السطوح التي تتحرك عليها هذه الأجسامفتزداد قوة الاحتكاك هذه بزيادة خشونة السطوح.



وإذا أثرنا على الجسم بقوة $\vec{F}$ كما يتبين في الشكل وبقي الجسم ساكنا فإن هذا يعني حسب قانون نيوتن الثاني، أن محصلة القوة الخارجية المؤثرة في الجسم تساوي صفر سواء في الاتجاه الأفقي أو الاتجاه العمودي وفي الاتجاه العمودي، هناك قوتان تؤثران على الجسم هما قوة $\vec{W}$ وقوة رد فعل $\vec{N}$ كما يتضح لنا في الشكل عندما نصل اللحظة التي يصبح فيها الجسم على وشك الحركة فإن قيمة قوة الاحتكاك السكوني تكون أكبر ما يمكن حيث يبدأ الجسم الحركة ولقد تم تعريف قيمة الاحتكاك السكوني أو الأستاتيكي

$$(f_s)\ \max = \mu_s\ N$$

حيث أن:

μ_s : معامل الاحتكاك السكوني

N : قوة رد فعل السطح

وبما أن:

$$\mu_s = \frac{f_s \quad \max}{N}$$

أي أنها حاصل قسمة قوتين فليس لها وحدات.

وفي اللحظة التي يبدأ فيها الجسم حركته فإننا نبدأ في التعامل مع قوة الاحتكاك الديناميكي (الحركي)$\overrightarrow{f_k}$وقيمته تساوي

$$\vec{f}_k = \mu_k N$$

حيث أن:

μ_k : معامل الاحتكاك الحركي

وتعتمد قيم μ_k , μ_s على طبيعة الأجسام المتلامسة فإن $\mu_s > \mu_k$ وتشعر بهذا عندما تحتاج إلى تحريك جسم ثقيل فإنك تحتاج إلى قوة أكبر حتى تحمل الجسم على الحركة وبعد أن يتحرك الجسم تشعر بأن القوة التي تبذلها لاستمرار الحركة تصبح أقل مما كانت عليه أي أن:

$$(f_s)\max > f_k$$

أو

$$\mu_s N > \mu_k N$$

وبذلك فإن:

$$\mu_s > \mu_k$$

وسنوضح بعض الأمثال التي تؤثر على أنواع القوة.

مثال 2.3

إذا كان وزن الجسم على أحد الكواكب 10N وكان وزنه على كوكب أخر27N حيث أن تسارع الجاذبية عليه 1.6g ماهي كتلة الجسم وما تسارع الجاذبية على الكوكب الأول؟

الحل:

بالنسبة للكوكب الأول فإن:

$$mg' = 10\ N$$

حيث أن:

g' : هي تسارع الجاذبية على الكوكب الأول.

وأما بالنسبة للكوكب الثاني فإن $m(1.6\ g) = 27\ N$ بقسمة المعادلتين فإن

$$\frac{g'}{1.6\ g} = \frac{10}{27}$$

$$g' = \frac{10}{27} g$$

$$= 0.6\ g$$

$$= 5.81\ m/s^2$$

من المعادلة الثانية فإن:

$$m = \frac{27}{1.6} g = 1.72\ kg$$

مثال 3.3

يقف رجل كتلته $70\ \mathrm{kg}$ داخل مصعد أحسب رد فعل أرض المصعد على الرجل

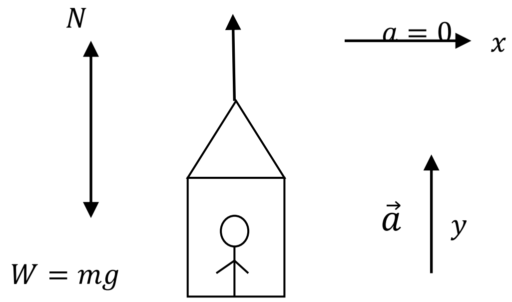
إذا كان المصعد يتحرك:

أ- بسرعة ثابتةإلى أعلي أو إلى أسفل

ب- بتسارع ثابت قدره $3\ \mathrm{m/s^2}$ إلى أعلى

ت- بتسارع ثابت مقداره $3\ \mathrm{m/s^2}$إلى أسفل

الحل:



وزن الجسم إلى أسفل mg

ورد الفعل الرجل N

بما أن السرعة ثابتة فإن التسارع يساوي صفر أي أن $\vec{a} = 0$

أ- نطبق القانون الثاني:

$$\sum \vec{\mathrm{F}} = m\overrightarrow{a} = 0$$

$$\vec{\mathrm{N}} + m\overrightarrow{\mathrm{g}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\mathrm{N}} = -m\mathrm{g}$$

$$= (-70)(-9.8)\hat{\jmath}$$

$$= 686\,\hat{\jmath}$$

ب− التسارع إلى أعلى $\vec{a} = 3\,\hat{\jmath}\ \mathrm{m/s^2}$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني فإن:

$$\vec{\mathrm{N}} + m\overrightarrow{\mathrm{g}} = m\overrightarrow{a}$$

أو

$$\mathrm{N} - m\mathrm{g}\,\hat{\jmath} = ma\hat{\jmath}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\mathrm{N}} = m(\mathrm{g} + a)\hat{\jmath}$$

$$= 70(9.8 + 3)\hat{\jmath}$$

$$= 896\,\hat{\jmath}(\mathrm{N})$$

ج− عندما يكون التسارع إلى أسفل فإن $\overrightarrow{\ \ } = -3\,\hat{\jmath}\mathrm{m/s^2}$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني

$$\vec{\mathrm{N}} + m\overrightarrow{\mathrm{g}} = m\overrightarrow{a}$$

أو

$$\vec{N} - mg\ \hat{j} = -ma\hat{j}$$

$$\Rightarrow\ \vec{N} = m(g - a)\hat{j}$$

$$=\ 70(9.8 - 3)\hat{j}$$

$$= 476\,\hat{j}(N)$$

5.3 تطبيقات:

يوجد تطبيقات كثيرة على قوانين نيوتن نذكر منها ما يلي:

1.5.3 مظلات الهبوط:تم تصميم مظلات الهبوط بالاعتماد على السرعة الحدية، وهي السرعة الثابتة التي يسقط فيها الجسم، وتكون عندما تتساوى قوة مقاومة الهواء مع وزن الجسم ،وفي هذه النقطة يكون التسارع صفرا، لأن القوى المحصلة المؤثرة على الجسم تتناقص بازدياد سرعته، وبالتالي يتناقص التسارع حتى ينعدم.

2.5.3 حركة المصعد:اتجاه تحرك المصعد وتسارعه يغيران القوى التي يؤثر بها المصعد على الجسم الموجود فيه (رد الفعل)، حيث تكون قوى رد الفعل هذه أكبر من وزن الجسم عند تحرك المصعد بتسارع للأعلى، وتكون قوى رد الفعل أقل من وزن الجسم عند تحرك المصعد بتسارع للأسفل، أما في حالة التحرك بسرعة ثابتة فإن قوى رد الفعل تتساوى مع الوزن.

3.5.3 حركة الجسم على مستوى مائل بوجود الاحتكاك:عندما يتحرك جسم على سطح مائل فيه بعض الخشونة فإن الحركة ستكون صعبة، وذلك لأن قوة الاحتكاك التي تنشأ بين المستوى والجسم المتحرك تكون بعكس اتجاه الحركة، وبالتالي تعيقها وتقلل من سرعتها، أما إذا كان المستوى أملس فستكون الحركة أسهل وبسرعة أكبر، ذلك لأن قوة الاحتكاك تكون أقل بكثير، وهذا ما يفسر صعوبة أو سهولة حركة الأجسام على الأسطح المائلة مع اختلاف السرعات.

4.5.3 الطائرة النفاثة:يكمن مبدأ عمل الطائرة النفاثة في سحب الهواء باتجاه الحجرة المخصصة للاحتراق والتي تعمل على تسخين الهواء الذي يؤدي بدوره إلى ارتفاع ضغطه مما يجعله يندفع بقوة من فوهة موجودة خلف هذه الطائرة ، ويدفع بالطائرة لتنطلق، ويمثل انطلاق الطائرة رد فعل بنفس مقدار القوى المؤثرة وبعكس اتجاهها.

5.5.3 الطائرة المروحية:يشبه مبدأ عمل الطائرة المروحية تمرين السباحة إلى حد كبير، لكن الفرق بينهما أن الأولى سباحة في الهواء أما الثانية فهي سباحة في الماء، فالطائرة تقوم بدفع الهواء إلى الخلف مما يؤدي إلى اندفاع الطائرة نحو الأمام كرد فعل.

وسنقوم بعرض مثال تطبيقي يوضح كيفية حركة المصعد.

4.3 مثال

احسب القراءة التي تظهر على ميزان للأوزان موضوع في مصعد كهربائي بعد صعود رجل كتلته 60Kgعلى الميزان في الحالات التالية:

1- عندما يكون المصعد ساكن.

2- عندما يتحرك المصعد بسرعة ثابتة.

3- عندما يكون المصعد متحركا لأعلى بتسارع $1m/s^2$.

4- عندما يكون المصعد متحركا للأسفل بتسارع $1m/s^2$.

5- إذا انقطع الكابل الماسك للمصعد.

الحل:

أولا:نرسم مخطط القوى ثم نطبق قانون نيوتن الأول أو الثاني حسب نوع التسارع.

1 و2 إذا كان الجسم ساكن أو متحرك بسرعةثابتة،هذا يعني أن التسارع يساوي صفر.

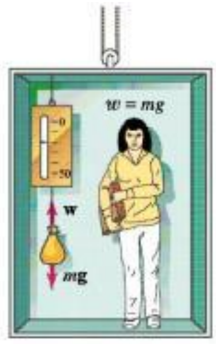
$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\mathbf{FN - mg = 0}$$

$$\mathbf{FN = mg}$$

$$\mathbf{= 60 \times 10}$$

$$\mathbf{= 600N}$$



a = 0
(a)

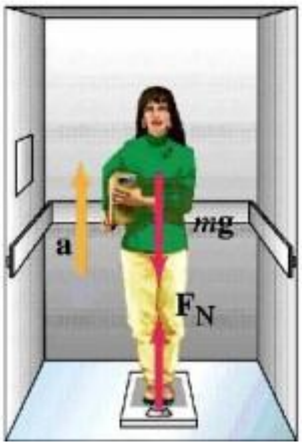
3- إذا كان المصعد متحركا للأعلى هذا يعنيأن التسارع موجب لأنهباتجاهالأعلى

$$FN - mg = am$$

$$FN - 600 = 1X60$$

$$FN = 600 + 60$$

$$= 660N$$



4- عندما يكون المصعد متحركا للأسفل يكون التسارع للأسفل

أي نعوض عنه بإشارةسالبه

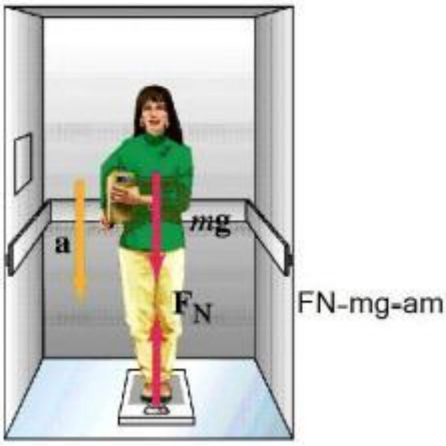
$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$FN - mg = -am$$

$$FN - 600 = -1X\,60$$

$$FN = 600 - 60$$

$$= 540N$$



5–إذا انقطع حبل المصعد.

سيتحرك المصعد تحت تأثير عجله الجاذبيةالأرضية

(c)

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\mathrm{FN} - \mathrm{mg} = \mathrm{gm}$$

$$\mathrm{FN} - 600 = 10 \mathrm{~X~} 60$$

$$\mathrm{FN} = 600 - 600$$
$$= 0\mathrm{N}$$

الخاتمة

أختم هذا البحث بعون الله أرجى أن أكون قد يستفيد كل من يطلع عليه ويجد ما هو مفيد وأن يكون عند حسن الظن.

وفي الختام أرجى أن أكون توفقت في هذا البحث ووصلت إلى مستوى الجيد من خلال هذا الموضوع في الميكانيكا (بعض مبادئ أساسيات الميكانيكا).

ووفقني الله وإياكم

المراجع

[1] دانييل، سشوم .نظريات ومسائل في الفيزياء،الطبعة الأولى.1981م.

[2] أحمد ،السيد.عامر.الميكانيكا،دار الفجر والتوزيع.2007م.

[3] خليل،عبدالله.وشاح.الفيزياء العامة، الفيزياء التقليدية والحرارة،الطبعة الأولى.مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.2006م.

[4] أحمد، السيد.عامر.الميكانيكا،دار الفجر للنشر والتوزيع 2007م.

مواقع الأنترنت

https://Physclassroom.com