دولة ليـــبـيـا

جامعة سبـــها

كليــة العلــوم – قســم الفيزيــاء

بحث تخرج مقدم لاستكمال متطلبات الحصول على درجة البكالوريوس

عنـــــوان البــحث

دراسة معامل التخميد للمنظومة الميكانيكية الأهتزازية (الكتلة-النابض)

إعـداد الطالبـين

سعد محمد بداد مسعود عبدالجليل محمد

إشــراف

د.حامد محمد مالك

العام الدراســي : 2020 – 2021

الإهداء

الى من بحنانها وتربيتها صنعت الأجيال، الى الينبوع الذي لا يمل العطاء الى من حاكت سعادتي بخيوط منسوجة من نسيج قلبها الى من ترقبت هذه اللحظة بفارغ الصبر.

أمي الغالية

إلى من كد وكافح من أجل لقمة العيش، الى من كان سببا في إتمام مسيرتي وأضاء لي الطريق بشمعة لا تنطفي.

أبي الغالي

إلى من تقاسمتُ معهم الحياة بحلوها ومرها، الى من كانوا نبراساً يُضيءُ لى الدربُ، الى من زرعوا فينا روح الامل.

إخوتي وأخواتي وأصدقائي الأعزاء

أهدي هذا المشروع الى الذين علموني وزرعوا فينا حب العلم، لكافة أعضاء هيئة التدريس.

كلمة الشكر

ومن منطق قوله : ﷺ (من لايشكر الناس لا يشكر الله) لاشك أن الشكر لله عز وجل الذي أعاننا بتوفقيه على إكمال وإنجاز هذا البحث ونتقدم بجزيل الشكر والعرفان وبخالص الاحترام والتقدير إلى الذي منحنا جهده وزودنا بالعلم لإنجاز هذا البحث.

ويسَرنا أن نتقدم بتحية شكر مليئة بالحب والإحترام والتقدير إلى كل من الدكتور حامد مالك و الدكتور أبوبكر علي يوسف و الدكتور زيدان اهويدي، علي كل ما قدموه لنا من توجيهات ومعلومات قيمة ساهمت في إثراء موضوع دراستنا .

ونشكر أعضاء هيئة التدريس بقسم الفيزياء وإلى كل من مد لنا يد العون في إنجاز هذا البحث، جزاهم الله عنا خير الجزاء.

فهرس المحتويات

الفصل الأول

مقدمة ومراجعة

الفصل الثاني

الجانب العملي (حساب معامل التخميد)

فهرس الاشكال

فهرس الجداول

جدول الرموز

الرمز	المدلول الفيزيائي	وحدة القياس
f	التردد	Hz
x	الازاحة	Meter
A	السعة	meter
ω	التردد الزاوي	Rad/sec
EK	طاقة الحركة	$Joule$
EP	طاقة الوضع	$Joule$
E_T	الطاقة الكلية	$Joule$
φ	الطور	—
v	السرعة	m/s
m	الكتلة	Kg
δ	التناقص اللوغاريتمي	—
Q	معامل النوعية	—
γ	معامل التخميد	S^{-1}
b	ثابت التخميد	KgS^{-1}
τ	زمن الأسترخاء	Sec
F	القوة	N
T	الزمن الدوري	Sec
k	ثابت النابض	N/m

الملخص:

أجريت هذه الدراسة لغرض حساب معامل التخميد لمنظومة (الكتلة-النابض) والأهتزازات الناتجة من الحركة المخمدة باستخدام المحاكاة الحاسوبية وأظهرت النتائج المتحصل عليها أن المنظومة كانت دون التخميد الحرج وأن قيمة ثابت التخميد الصغيرة لم تُحدث تغيراً كبيراً في التردد الطبيعي للمنظومة، كما بينت قيم معامل النوعية أن الأضمحلال كان سريعاً و بينت النتائج المتحصل عليها أن قيمة معامل التخميد للنابضين متقاربة بدرجة كبيرة جداً وهذا يُعزي الي عدم وجود أختلاف كبير في قيمة ثابت النابض للملفين المستخدمين.

الفصل الأول

مقدمة ومراجعة

1.مقدمة:

تعتبر الحركة الاهتزازية للأجسام والمنظومات الميكانيكية من أهم مجالات الدراسة في الفيزياء، فكل نظام ميكانيكي قادر على القيام بحركة اهتزازية بشكل ما. ومعظم الآلات والأجهزة التي نستعملها في حياتنا اليومية تحوي أنظمة مهتزة من زنبركات وكتل وغيرها، ومن أكثر المناظر الطبيعية التي نراها يومياً أجسام تهتز كبندولات بسيطة. فقلب الإنسان ينبض باستمرار بشكل اهتزازي منتظم، والصوت ينتج عن اهتزاز ذرات الهواء بينما ينتج الضوء عن اهتزاز مجال كهربائي وآخر مغناطيسي، وهكذا. يُعرَّف الاهتزاز بشكل عام على أنه حركة دورية، أي الحركة التي تتكرر خلال فترات متساوية من الزمن، وركز العلماء الأوائل في مجال الاهتزاز جهودهم على فهم الظواهر الطبيعية وتطوير النظريات الرياضية لوصف اهتزاز النظم الفيزيائية. فالحركة الاهتزازية تظهر في كل مكان وبأشكال مختلفة، إلا أنها تتميز بخاصية أساسية هي التكرار الرتيب ، كدوران القمر حول الأرض، أو اهتزاز بندول ساعة حائط كبيرة، وغير ذلك. إن انتقال الاهتزازات إلى البشر يتسبب في عدم الراحة وفقدان الكفاءة. كما أن الاهتزاز والضوضاء الناتجة عن المحركات تسبب الإزعاج للناس، وأحيانا الحاق الضرر بالممتلكات. كما يمكن لاهتزاز لوحات الأدوات أن يتسبب في خلل أو صعوبة في قراءة المقاييس، وبالتالي فإن أحد الغايات الهامة لدراسة الاهتزاز هو العمل على تقليل الاهتزاز. [2,1]

1-1. تعريف الاهتزاز

كل حركة تكرر نفسها بعد فترة من الزمن تسمى اهتزاز. يعتبر البندول المتأرجح مثالا نموذجياً علي الاهتزاز. إن الاهتزاز يعني التذبذب أو التأرجح حول وضع ما وهو أهم وأكثر الحركات شيوعاً في الطبيعة ذلك أن انتقال الطاقات يتم وفق نظريات مختلفة نتيجة لاهتزاز جسيمات مختلفة. أما في الميكانيك فإن أي حركة منظمة غير عفوية هي في الغالب ناتجة عن حركة اهتزازية، حيث إن جميع الأجسام التي تمتلك كتلة ومرونة قابلة للاهتزاز.

2-1. عناصر الحركة الاهتزازية

كل نظام اهتزازي، بصفة عامة، يحوي وسيلة لتخزين الطاقة الكامنة (النوابض)، ووسيلة لتخزين الطاقة

الحركية (كتلة)، والوسيلة التي يتم من خلالها فقدان الطاقة تدريجيا (المخمد).

1-2-1.النوابض:

النابض الخطي هو عبارة عن وسيلة ميكانيكية تعتير بشكل عام ذات كتلة مهملة وتخميد مهمل، يتم توليد قوة النابض كلما كان هناك حركة نسبية بين طرفيه، تكون هذه القوة متناسبة مع مقدار التشوه وتعطى بالعلاقة: $F = kx$ حيث F : قوة النابض، x : هو مقدار التشوه. يتم تخزين العمل المصروف لتشويه النابض كطاقة كامنة في النابض.

2-2-1.الكتلة أو القصور:

يفترض عنصر الكتلة أو القصور هو الجسم الصلب، والذي يمكن أن يكتسب أو يفقد الطاقة الحركية كلما تغيرت سرعته، بالاعتماد على قانون نيوتن الثاني للحركة، فإن حاصل ضرب الكتلة في تسارعها يساوي القوة المطبقة على الكتلة.

3-1.تصنيف الاهتزازات:

1-3-1. الاهتزاز الحر والقسري:

إذا ترك النظام يهتز من تلقاء نفسه بعد اضطراب مبدئي، حيث لا توجد أي قوى خارجية تؤثر على النظام. واهتزاز البندول البسيط يعتبر مثالاً عن هذا النوع من الاهتزاز الحر.أما الاهتزاز القسري: يكون في حال تعريض النظام لقوى خارجية.

1-3-2.الاهتزاز المخمد وغير المخمد:

في حال لم يتم فقدان أو تبديد الطاقة من خلال الأحتكاك أو أي نوع آخر من المقاومة خلال الاهتراز، فإن الاهتزاز يكون غير مخمد. أما إن تم فقدان أي كمية من الطاقة فإن الاهتزاز يكون مخمد.

1-3-3.الاهتزاز الخطي وغير الخطي:

الأنظمة الخطية هي التي يكون فيها الارتباط خطياً بين السبب والنتيجة وفيها يتم تطبيق مبدأ التنضد بحيث أن المحصلة العامة هي مجموع الآثار المترتبة على تجزئة الحمولات. أما الأنظمة غير الخطية: هي التي يكون فيها العلاقة بين السبب والنتيجة ليست تناسبية ولها عدة أنواع ولكن بشكل عام غير توافقية وتتغير تردداتها كتابع للسعات.

1-3-4.الاهتزاز المحدد والعشوائي:

إذا كانت قيمة أو سعة القوة أو الحركة المحرضة المؤثرة على النظام المهتز معلومة في أي لحظة زمنية فإن هذا المحرض يعرف بأنه محدد. وبالتالي فإن الاهتزاز الناتج يكون محدداً. في بعض الحالات يكون التحريض غير محدداً أو عشوائياً، بمعنى أن قيمة التحريض لا يمكن التنبؤ بها في أي لحظة زمنية، وهنا تكون الاستجابة الاهتزازية للنظام غير محدد.

1-4. درجة حرية النظام:

عدد الاحداثيات التي بواسطتها تستطيع وصف نظام معين تسمى عدد درجات حرية هذا النظام، فالجسم بشكل عام له ست درجات حرية. الكثير من مشاكل الاهتزاز يمكن حلها من خلال تقريب النظم الي نظام ذو درجة حرية واحدة.[2 ,15]

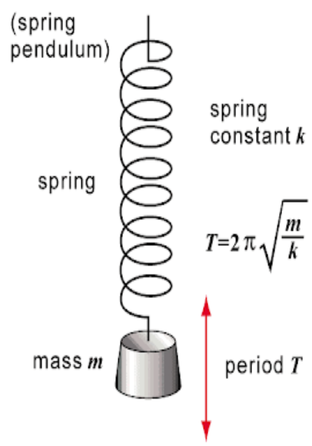
1-5.الحركة التوافقية البسيطة:

إن الحركة الخطية التوافقية البسيطة هي حركة اهتزازية تمثل ابسط أنواع الحركة الدورية على الإطلاق. والحركة الخطية التوافقية البسيطة المثالية لأي جسيم منفرد تعرف بأنها حركة ذلك الجسيم على خط مستقيم بتعجيل ثابت يتناسب مقداره طرديا مع أزاحته عن نقطة ثابتة تمثل موضع توازنه واتجاهه يكون دائماً متجهاً نحو تلك النقطة. ويلاحظ من هذا التعريف انه يحدد ثلاثة شروط للحركة الخطية التوافقية البسيطة وهي:

- إن يكون مسار الجسيم على خط مستقيم يمر بنقطة ثابتة تمثل موضع التوازن.

- إن مقدار تعجيل الجسيم يتناسب طرديا مع مقدار أزاحته عن موضع التوازن أي أن هناك قوة تدعى بقوة الارجاع تحاول دائماً إعادة الجسيم إلى موضع توازنه ويتناسب مقدارها مع مقدار الإزاحة.
- إن اتجاه تعجيل الجسيم يكون دائما متجها نحو موضع التوازن، أي أن اتجاه قوة الاستعادة يكون دائما نحو موضع التوازن. وفي الحقيقة هناك أيضا حركة زاوية توافقية بسيطة تمثل ابسط أنواع الحركة الدورية الزاوية. وفي هذه الحالة يطبق نفس التعريف السابق إلا انه يؤخذ بدل الإزاحة الخطية الإزاحة الزاوية وبدل التعجيل الخطي التعجيل الزاوي.

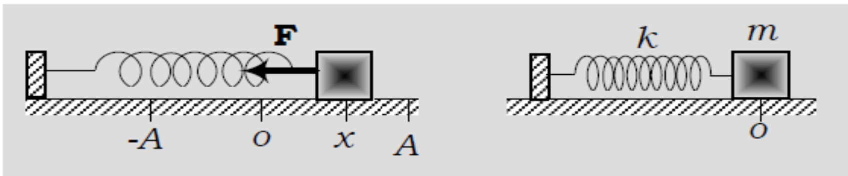
من أبسط الأمثلة على الحركة التوفقية البسيطة حركة جسم مرتبط بنابض ولنفترض أن الجسم مرتبط بنابض رأسي كما هو موضح بالشكل (1.1) ،في حالة عدم تمدد النابض لا تؤثر أي قوة على الكتلة المثبتة، أي يكون النظام متزن ومستقر. وعند ابتعاد الكتلة عند موضع الاستقرار أو الأتزان سيقوم النابض ببذل قوة لإعادتها مرة أخرى إلى موضعها الأصلي. وكلما أقتربت الكتلة من وضع الأتزان تتناقص قوة الأستعادة تدريجيا لأنها تتناسب مع الأزاحة، لذا فعند موضع الأتزان تنعدم هذه القوة على الكتلة، ولكن الكتلة تظل محتفظة ببعض من كمية التحرك من الحركة السابقة لذا فهي لا تتوقف عند مركز الأتزان ولكن تتعداه وعندها تظهر قوة الأستعادة مرة أخرى وتقوم بإبطائها تدريجيا حتى تنعدم سرعتها في النهاية وتصل إلى موضع الأتزان في النهاية. و إذا لم تفقد الكتلة طاقتها ستستمر في الاهتزاز، لذا فهي حركة دورية تتكرر كل فترة زمنية.[3]



الشكل (1.1) جسم معلق بنابض رأسي

6-1.معادلة الحركة لهزاز بسيط.

عندما ندرس حركة اهتزازية ما فإننا نرغب في معرفة موضع الجسم المهتز وسرعته وتسارعه في كل لحظة من الزمن. والقيام بذلك لابد من معرفة القوة المحركة للجسم التي تسبب اهتزازه باستمرار، وأبسط مثل على ذلك اهتزاز جسم كتلته m مربوط بنهاية نابض ثابته kعلى سطح أملس، كما في الشكل (2-1). ونتساءل كيف يتغير بعد الجسم x عن موضع الاتزان o مع مرور الزمن عندما نبعده مسافة عظمى A ونتركه ليهتز بشكل حر.



(أ) الجسم عند وضع الاتزان (ب) الجسم يبعد x عن الاتزان

الشكل (2.1) جسم مربوط بنهاية نابض.

من الواضح أن الجسم سيخضع عند A لقوة إرجاع من النابض تحاول إعادته لوضع الاتزان o بحيث يتناقص بعده عنه تدريجيا إلى أن يصل إليه بسرعة معينة فيتجاوزه ضاغطاً النابض ليصل لبعد $-A$ على الجهة الأخرى من وضع الاتزان، حيث تصبح قوة الإرجاع أكبر ما يمكن مرة أخرى لكن بالاتجاه المعاكس، وهكذا. أي أن بعد الجسم xعن وضع الاتزان لايتزايد أو يتناقص باستمرار بل يتغير من A إلى $-$A ليعود ثانية لـ A، وهكذا دواليك. وإذا لم يكن هناك قوى تخامد، كالاحتكاك أو أي مصدر آخر، فستبقى الاهتزازات دائماً مستمرة. ولتحديد الكيفية التي تتغير بهاx مع مرور الزمن نكتب معادلة الحركة للجسم m ملاحظين أن القوة المؤثرة عليه هي قوة إرجاع والتي تعرف كالأتي:

$$F = -kx \qquad (1.1)$$

ولذا يكون قانون االحركة علي النحو الأتي.

$$F = ma = -kx \qquad (1.2)$$

ومنه

$$a = -\frac{k}{m}x \qquad (1.3)$$

وهذه نتيجة مهمة حيث نلاحظ أن تسارع m ليس ثابتا بل يتغير مع بعد الحسم عن وضع الاتران، وبالتالي لانستطيع تطبيق علاقات الحركة بتسارع ثابت لمعرفة موضع وسرعة الجسم في أي لحظة من الزمن. لهذا تُكتب المعادلة (1.3) بالشكل:

$$a = -\frac{k}{m}\,x = \frac{d^2x}{dt^2}$$

أو

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (1.4)$$

وتربط المعادلة (1.4) بين المتغير x والمشتقة الثانية لـ $\ddot{x}$. ومن الملاحظ أن بعد الجسم xعن وضع الاتزان يتغير دوريا بين قيميتين A و $A-$، لذا يفترض أن يكون حلها كالتالي:

$$x = Acos(\omega_0\, t + \phi) \qquad (1.5)$$

حيث A و ϕ ثابتين يتم تحدديهما بحيث تصبح المعادلة (1.5) محققة للمعادلة (1.4).

للتأكد من صحة المعادلة (1.5) يتم أشتفافها مرتين والتعويض بها في المعادلة (1.4) فنجد:

$$A(-m\omega_0^2 + k)\cos(\omega_0 t + \phi) = (-m\omega_0^2 + k)x = 0$$

أي أن الحل الوارد في المعادلة (1.5) يحقق المعادلة (1.4) إذا كان:

$$-m\omega_0^2 + k = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (1.6)$$

فالحل المفترض (1.5) صحيح طالما كانت (1.6) محققة، ويلاحظ منها أن ω_0 تعتمد فقط على خواص النظام المهتر من كتلة ونابض فقط، كما أن وحداتها هي $1/s$ أي وحدات تردد لذا نسميها التردد الزاوي للحركة الاهتزازية، أو السرعة الزاوية. ويُعرف تردد الحركة بأنه الزمن اللازم للجسم ليقوم باهتزازة واحدة كاملة، فإذا افتُرض أنه كان في الموضع x في اللحظة t ،

فسيعود لنفس الموضع وبنفس السرعة والاتجاه بعد زمن يساوي تردداً واحداً، وللحصول على هذا التردد يتم ذلك بكتابة موضع الجسم في اللحظة الأولى:

$$x(t)\ A\,cos(\,\omega_0 t + \phi\,)$$

وفي اللحظة الثانية

$$x(t\ +\ T)\ =\ Acos[\omega_0\ (t\ +\ T\ )\ +\ \phi\ ]$$

فحتى يكون

$$x(t)\ =\ x(t\ +\ T\ )$$

يجب أن يكون

$$A\ cos[\omega_0\ (t\ +\ T\ )\ +\ \phi\ ]\ =\ A\ cos(\omega_0 t\ +\ \phi\ )$$

وهذا يتحقق إذا كان:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \qquad (1.7)$$

ونستنتج من العلاقة (1.7) أن تردد الحركة يتناسب عكسياً مع سرعتها الزاوية. كما يُعرف تردد الحركة بعدد الدورات التي يقوم بها الجسم في الثانية الواحدة. فإذا كان الجسم يستغرق T ثانية للقيام بأهتزازة واحدة فإنه يقوم ب $\frac{1}{T}$ اهتزازة في ثانية واحدة، أي أن التردد هو:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} \qquad (1.8)$$

ويلاحظ من هذه النتيجة أن وحدة f هي نفس وحدة ω_0 (لكن أصغر منها بمقدار 2π ، ولهذا تكتب وحدة f هرتز $(\mathrm{Hz} = 1/\mathrm{s})$ بينما تكتب وحدة ω_0 راديان/ثانية $(\mathrm{rad/s})$ للتمييز بينهما على الرغم من أنهما يمثلان نفس الكمية الفيزيائية، أي السرعة الزاوية. ونسمي f ، أو ω_0، التردد الطبيعي لأنه لو تركنا النظام يهتز لوحده دون أن تؤثر عليه بأي قوة غير طبيعية لاهتز بهذا التردد الذي يعتمد على خواص النظام فقط من كتلة ونابض، وهذه نتيجة مهمة وبسيطة بنفس الوقت لأنها توضح أنه مهما فعلنا للتاثير على اهتزازات نظام بسيط في البداية، كأن تسحب الكتلة m في الشكل (1-2) مسافة أكبر عن وضع اتزانها أو إعطائها سرعة ابتدائية بيدنا، فإنه سيهتز بتردده الطبيعي فقط بعد أن تتركه حراً، وهذا بالفعل طبيعي جداً [10]. من جهة أخرى، نلاحظ أن الحل العام الذي حصلنا عليه يحوي ثابتين A و ϕ ، وتمثل A سعة الحركة العظمى ، أي أكبر ابتعاد للجسم المهتز عن وضع الاتزان، وليس لها أي علاقة

بكيفية الحركة وسرعتها وما إلى ذلك بل تعتمد فقط على الإزاحة الابتدائية التي اكتسبها الجسم من العامل الخارجي الذي سبب حركته. بينما يُطلق على ϕ اسم الطور الابتدائي ، لأنها تحدد حالة الجسم لحظة بداية مراقبته، ويمكن توضيح هذا باختصار إذا افترضنا أنه عندما بدأنا مراقبة الجسم عند $(t = 0)$ كان في الموضع $x = \mathrm{A}$، أي أبعد ما يمكن عن وضع الاتزان. عندئذ نجد من حل معادلة الحركة، أي المعادلة (1.5)، أن:

$$A = A\,cos(\omega_0(0) + \phi) \Rightarrow cos\phi = 1 \Rightarrow \phi = 0$$

أما لو كان الجسم عند وضع الاتزان $x = 0$ لحظة بداية مراقبته $(\mathrm{t} = 0)$عندئذ نجد من (1.5):

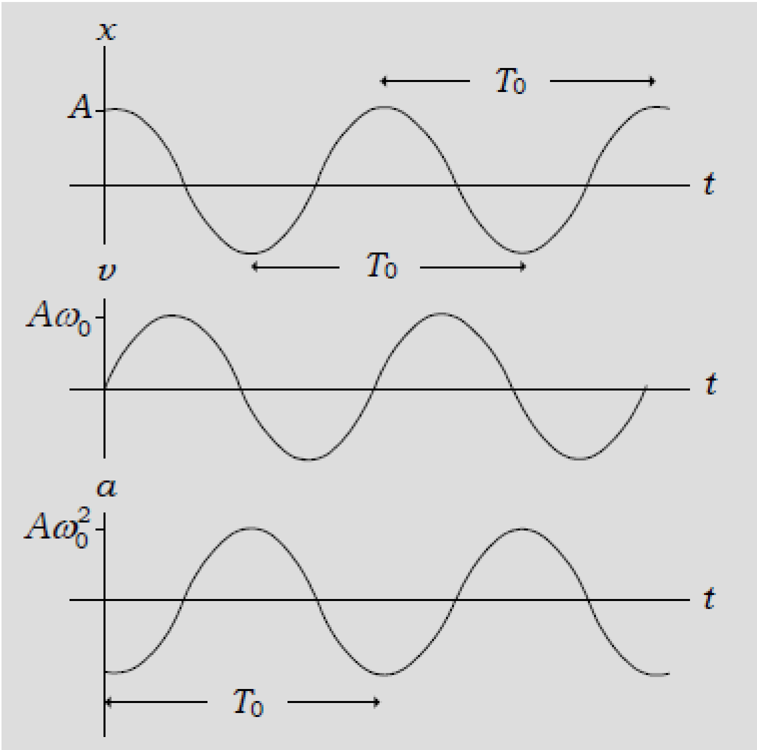
$$0 = A\,cos(\omega_0\,(0) + \phi) = cos\,\phi = 0 \Rightarrow \phi = \pi\,/2$$

وبنفس الطريقة نحدد قيمة ϕ و بحسب الحالة الابتدائية للجسم ولذلك نسميه الطور الابتدائي، بينما نطلق على الزاوية $(\omega_0\,t + \phi)$ اسم الطور الآني التي تعطينا بعد الجسم الآني في أي لحظة عن وضع الاتزان. ويمكن معرفة سرعة وتسارع الجسم المهتز في أي لحظة من الزمن. باشتقاق (1.5) مرتين نجد أن:

$$v = -A\omega_0\,sin(\omega_0 t + \phi) \qquad (1.9)$$

$$a = -A\omega_0^2\,cos(\omega_0 t + \phi) \qquad (1.10)$$

ويوضح الشكل (1-3) تغيرات a, v, x مع الزمن. ويلاحظ من هذه المنحنيات أنه عندما يكون الجسم أبعد ما يمكن عن وضع الاتزان$(x = \pm\mathrm{A})$ فإن سرعته تكون مساوية للصفر بينما يكون تسارعه أكبر مايمكن لكن بإشارة معاكسة $(a = \mp\mathrm{A}\omega_0^2)$ (أي أن القوة المؤثرة على الجسم أكبر ما يمكن وتحاول إعادته بالاتجاه المعاكس). لذا نسمي كلّ من هذين الموضعين نقطة دوران أما عندما يمر الجسم بوضع الاتزان $x = 0$ فإن سرعته تصبح أكبر ما يمكن $(v = \pm A\omega_0)$حيث تدل الإشارة على اتجاه الحركة بالنسبة لمحور السينات، كما يكون تسارعه هناك (أي القوة المؤثرة عليه) مساويا للصفر[11,10].



الشكل (3.1) تغيرات الأزاحة والسرعة والعجلة مع الزمن.

7-1. طاقة الهزاز البسيط .

أن طاقة وضع جسم m مربوط بنابض ثابته k ويبعد مسافة x عن وضع الاتزان هي:

$$\mathrm{PE} = \frac{1}{2}\ kx^2 \qquad (1.11)$$

وبالتعويض عن x من المعادلة (1.5) نجد:

$$\mathrm{PE}\ = \frac{1}{2}\, kA^2\, cos\,^2(\omega_0 t\ + \phi\,) \qquad (1.12)$$

وطاقة الحركة تكون:

$$KE = \frac{1}{2}\ mv^2 \qquad (1.13)$$

بالتعويض عن v من المعادلة (1.9) ينتج أن:

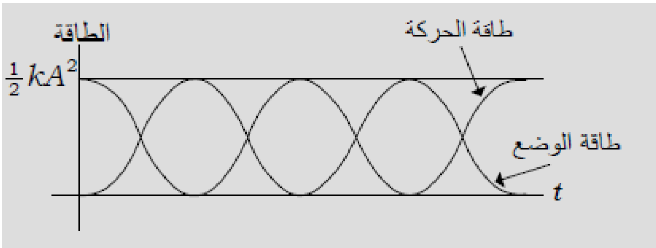
$$KE\ = \frac{1}{2}\, mA^2\omega_0^2\, sin\,^2(\omega_0 t\ + \phi\,) \qquad (1.14)$$

ونجد الطاقة الميكانيكية الكلية لهزاز بسيط بجمع طاقة الوضع وطاقة الحركة، مع ملاحظة أن

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad و \quad m\omega_0^2 = k$$

$$\mathrm{E_T} = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (1.15)$$

فالطاقة الميكانيكية الكلية للهزاز البسيط ثابتة دوماً طالما كانت القوى المؤثرة عليه محافظة، أي لا يوجد احتكاك، بينما تتغير كل من طاقة الوضع والحركة بشكل جيبي بحيث أنه عندما تكون إحداهما أكبر ما يمكن تكون الأخرى أصغر ما يمكن، والعكس بالعكس، لكن مجموعهما يبقى ثابت دوماً، كما هو موضح بالشكل (1-4).



الشكل (4.1) الطاقة الميكانيكية الكلية للمهتز التوافقي البسيط.

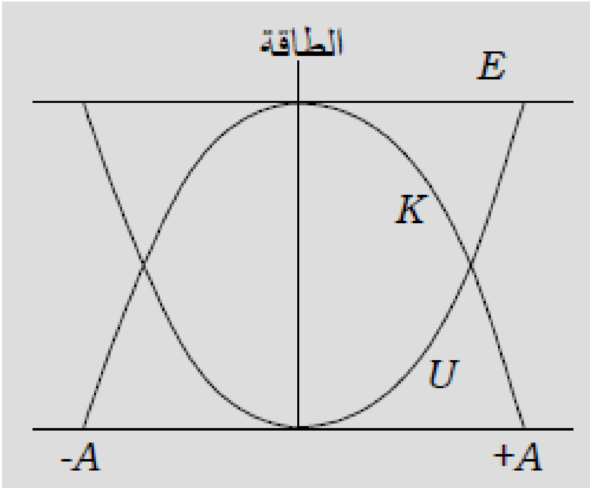
ويمكن أن نستفيد من ثبات الطاقة الميكانيكية الكلية لهزاز بسيط في الربط بين سرعته وموضعه في أي لحظة بكتابة:

$$\mathrm{E_T} = \mathrm{KE} + \mathrm{PE} = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \qquad (1.16)$$

أي أن:

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \pm\omega_0\sqrt{A^2 - x^2} \qquad (1.17)$$

ويلاحظ من العلاقة (1.17) أن السرعة v تصبح مساوية للصفر عندما $x = \pm A$، عند نقطتي الدوران، حيث تكون طاقة الحركة معدومة وطاقة الوضع أكبر ما يمكن. بينما تصبح السرعة أكبر ما يمكن عندما يمر الجسم من وضع الاتزان $x = 0$ وتكون طاقته الحركية أكبر ما يمكن وطاقة وضعه معدومة، وفي كل الأحوال تبقى الطاقة الميكانيكية الكلية ثابتة، كما في الشكل (1-5).



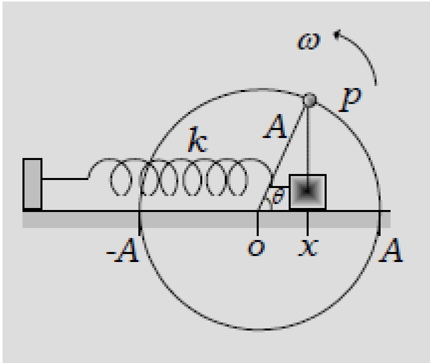
4

الشكل (5.1) تحول الطاقة في المهتز التوافقي البسيط بين طاقة وضع مختزنة

في النابض وطاقة حركية للكتلة.

1-8.التمثيل الدائري للحركة الاهتزازية البسيطة.

ليكن لدينا جسما p يدور بسرعة زاوية ثابتة ω_0 على مسار دائري نصف قطره A، كما في الشكل(1-6)، بحيث يكون لحظة بداية مراقبته عند نقطة ما على المحيط صانعا زاوية ϕ مع محور السينات، ثم يدور خلال زمن t زاوية $\omega_0 t$ فتصبح الزاوية الكلية التي يصنعها مع محور السينات هي $\theta = \omega_0 + \phi$ ،عندئذ لو أخذنا مسقط حركة الجسم (ظله) mعلى هذا المحور وتتبعنا حركته عندما يدور الجسم p دورة أو أكثر على الدائرة للأحظنا أنه يتحرك جيئة وذهاباً على قطر الدائرة وكأنه مربوط بنابض على سطح أفقي، حيث يدل مركز الدائرة o على وضع الاتزان، بينما تكون A السعة العظمي للحركة. أما البعد الأني للجسم عن وضع الاتزان فنجده بأخذ مركبة المتجه $\boldsymbol{op}$على ox فيكون:



الشكل (6.1) مقارنة الحركة التوافقية البسيطة بالحركة الدائرية المنتظمة.

$$x = \mathrm{A}\cos\theta \quad (1.18)$$

ولكن $\theta = (\omega_0 t + \phi)$ ولذلك تصبح المعادلة (1.18) كالتالي:

$$x = A cos(\omega_0 t + \phi) \quad (1.19)$$

يمكن اعتبار كل حركة اهتزازية مركبة حركة دائرية منتظمة على قطر الدائرة**.** ولذلك تسمي ω_0 في الحركة الاهتزازية السرعة الزاوية ووحدتها $\mathrm{rad\ /s}$ لأنها تمثل السرعة الزاوية للحركة الدائرية. ويستفاد من التمثيل الدائري للحركات الاهتزازية عندما يُراد جمع حركتين اهترازيتين لهما نفس التردد وتتمان على نفس الخط ولكن بسعتين مختلفتين.[12]

9-1. الحركة الاهتزازية المتخامدة.

في الكثير من الأنظمة الحقيقة تكون القوي غير محافظة مثل قوة الأحتكاك حيث أنها تعيق الحركة وبالتالي فان الطاقة الميكانيكية تقل مع الزمن في هذه الحالة تسمي الحركة مخمدة. قوي الاعاقة تكون عند تناسب القوة مع سرعة الجسم وتعمل باتجاه معاكس لاتجاه الحركة ويمكن ملاحظة هذه القوي عندما يتحرك الجسم خلال الهواء إذا وجد سائل يكون الاحتكاك قوي، وفي حالة الهواء فإن الاحتكاك يكون بسيط**.**اذا زادت سرعة الجسيم تزداد تبعاً لذلك قوة التخميد، وعليه فان قوة التخميد تكتب علي النحو الأتي: [3,1]

$$F_D = -bv$$

حيث b ثابت التخميد و F_D قوة التخميد وهي القوة التي تعمل علي الجسم وتقلل من أهتزازه. في المهتز التوافقي البسيط عندما تكون ازاحة الجسيم x فستعمل عليه قوتين عكس بعضهما. الأولي قوة الأرجاع F_r والثانية قوة التخميد F_D وبالتالي فان مجموع القوي يكون :

$$F = F_r + F_D$$

ومن قانون نيوتن الثاني فان:

$$\sum F = ma$$

$$ma = -kx - bv$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt} \qquad (1.20)$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \qquad (1.21)$$

بالقسمة علي m ينتج أن:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (1.22)$$

حيث $\frac{b}{m} = 2\gamma$ γ هي معامل التخميد و $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

عليه يمكن أعادة كتابة المعادلة (1.22) بالصورة الأتية:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1.23)$$

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1.24)$$

عندما تكون قوة التخميد صغيرة مفارنة مع القيمة العظمي لقوة الأرجاع أي عندما تكون b صغيرة فان حل المعادلة (1.24) يكون:

$$x = Ae^{-\frac{b}{2m}t} cos(\omega t + \phi) \qquad (1.25)$$

وحيث أن $\gamma = \frac{b}{2m}$ عليه يمكن كتابة المعادلة (1.25) بالشكل التالي:

$$x = Ae^{-\gamma t} cos(\omega t + \phi) \qquad (1.26)$$

والتردد الزاوي للأهتزاز يكون:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - (\frac{b}{2m})^2} \qquad (1.27)$$

ويمكن التعبير عن المعادلة (1.27) بالصيغة التالية:

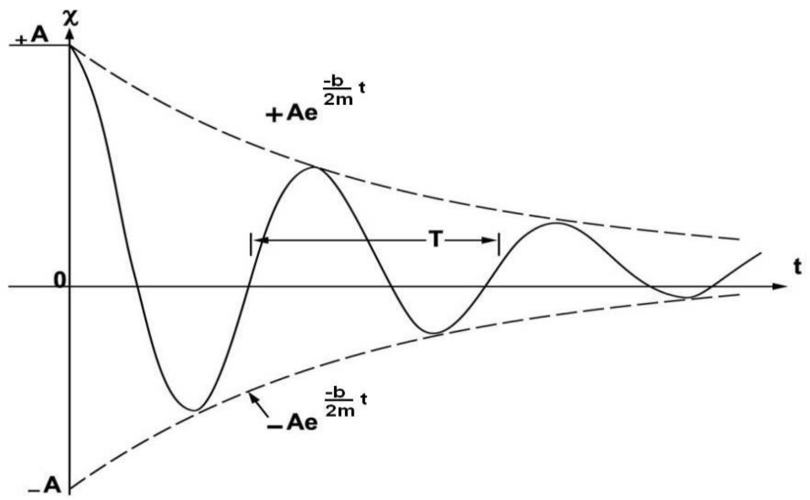
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - (\frac{b}{2m})^2} \qquad (1.28a)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \qquad (1.28b)$$

والزمن الدوري للاهتزازة المخمدة يكون:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} \qquad (1.28c)$$

يوضح الشكل (7.1) الموضع كدالة للزمن لجسم يهتز بوجود قوة أعاقة، فعندما تكون قوة الأعاقة صغيرة فان الطبيعة الأهتزازية للحركة تكون محفوظة ولكن تتناقص السعة مع الزمن وتكون النتيجة أن الحركة تتوقف في النهاية.ان أي نظام يسلك هذه الطريقة يُعرف بالمذبذب المتخامد. الخطوط المتقطعة في الشكل (7.1) التي تعرَف غلاف منحني المذبذب تمثل العامل الأسي في المعادلة (1.25) ويوضح هذا الغلاف الأضمحلال الأسي للسعة مع الزمن . والسعة هي: $Ae^{-\gamma t}$.[4,3]



الشكل (7.1) العلاقة بين السعة والزمن للحركة الأهتزازية المخمدة.

1-10 مقياس التخميد:

ان أي مهتز طبيعي اذا ماترك يهتز أهتزازاً حراً فانه لايستمر بالأهتزاز الي الأبد.لان سعة حركته ستتناقص تدريجياً وذلك بسبب وجود قوي داخلية وخارجية تقاوم حركته وتستنزف طاقته وتؤدي بالتالي الي تلاشي حركته وتوقفه عن الأهتزاز.ان كل المهتزات في الطبيعة تعاني أضمحلال في حركتها ولكن بدرجات متفاوتة، وان درجة الأضمحلال لاي مهتز مخمد يمكن ايجادها من احدي الكميات الأتية وهي:

التناقص اللوغاريتمي- معامل النوعية- زمن الأسترخاء.[5,4,3]

1-10-1 التناقص اللوغاريتمي:-

يعرف التناقص اللوغاريتمي بانه اللوغاريتم الطبيعي للنسبة بين أي سعتين متتالتين من سعات المهتز المخمد ويرمز له بالرمز $\boldsymbol{\delta}$ ويعبر عن ذلك رياضياً كالأتي:

$$D = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\gamma t}}{A_0 e^{-\gamma(t+T)}} \qquad (1.29a)$$

$$D = e^{\gamma T} \qquad (1.29b)$$

$$\boldsymbol{\delta} = \ln D = \gamma T \qquad (1.29c)$$

ان مايجدر الأشارة اليه أنه عندما يكون معامل التخميد صغيراَ. أي عندما تكون المقاومة التي يعانيها المهتز صغيرة فان مقدار الفرق بين سعتين متتاليتين يكون ضئيلاً مما يتعذر قياسه لذلك يفضل عموماً ايجاد قيمة التناقص اللوغاريتمي من قياس سعتين غير متتاليتين أي بعد N دورة.[3]

2-10-1 معامل النوعية: $(\boldsymbol{Q})$

يُعرف معامل النوعية رياضياً كالأتي:

$$\boldsymbol{Q} = \frac{\omega m}{\mathrm{b}} \qquad (1.30a)$$

وحيث أن:

$$2\gamma = \frac{b}{\mathrm{m}} \qquad \Rightarrow \frac{m}{\mathrm{b}} = \frac{1}{2\gamma} \qquad (1.30b)$$

بتعويض ($1.30b$) في المعلدلة (1.30a) يتم الحصول علي:

$$\therefore \boldsymbol{Q} = \frac{\omega}{2\gamma} \Rightarrow \gamma = \frac{\omega}{2Q} \qquad (1.30c)$$

ايضاً يمكن التعبير عن $\boldsymbol{Q}$ باستخدام المعادلتين (1.29c) ، ($1.30b$) وبمعلومية أن:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

وبالتعويض في المعادلة (1.30a) ينتج أن:

$$\boldsymbol{Q} = \frac{2\pi}{T} . \frac{1}{2\gamma} = \frac{\pi}{\boldsymbol{\delta}}$$

ويكون معامل النوعية للأهتزازات المخمدة كالتالي:

$$\mathrm{Q} = \frac{\omega m}{\mathrm{b}} = \frac{\pi}{\boldsymbol{\delta}} \qquad (1.30\mathrm{d})$$

وحيث أن معامل النوعية يقيس المعدل الذي عنده تضمحل الطاقة. والسعة تمثل بــــ

$$A(t) = A_0 e^{-\gamma t} \qquad (1.31a)$$

فان أضمحلال الطاقة يتناسب مع:-

$$A^2 = A_0^2 e^{-2\gamma t} \qquad (1.31b)$$

وعليه يمكن كتابة الأتي:

$$W = W_0 e^{-2\gamma t} \quad (1.31\mathrm{c})$$

حيث W_0 قيمة الطاقة عند $t = 0$

اذا كانت $\frac{W_0}{W} = \mathrm{e}^{2\pi}$ (حسب تعريف معامل النوعية) عليه يمكن الحصول علي:

$$\mathrm{e}^{2\pi} = \frac{W_0}{W} = \frac{W_0}{W_0 e^{-2\gamma t}} = e^{2\gamma t} = e^{2\gamma NT} = e^{2N\,\delta} \qquad (1.31d)$$

$$\mathrm{e}^{2\pi} = e^{2N\delta}$$

$$2\pi = 2N\boldsymbol{\delta}$$

$$N = \frac{\pi}{\delta} = Q \quad (1.32)$$

بالتالي حسب المعادلة (*1.32*) يمكن تعريف معامل النوعية علي أنه عدد الدورات التي يتم خلالها أهتزاز المنظومة المخمدة مع أضمحلال طاقته وفق المعامل ($\mathrm{e}^{2\pi}$).[10,9]

3-10-1 زمن الأسترخاء:

هوالزمن اللازم لاضمحلال السعة بمقدار $0.368 = \frac{1}{e}$ من قيمتها الأصلية

أي أن:

$$e = \frac{A_0}{A_\tau} = \frac{A_0}{A_0 e^{-\gamma\tau}} = e^{\gamma t} \quad (1.33a)$$

$$\gamma\tau = 1$$

$$\tau = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\frac{b}{2m}}$$

$$\tau = \frac{2m}{b} \quad (1.34)$$

4-10-1 حالات التخميد:

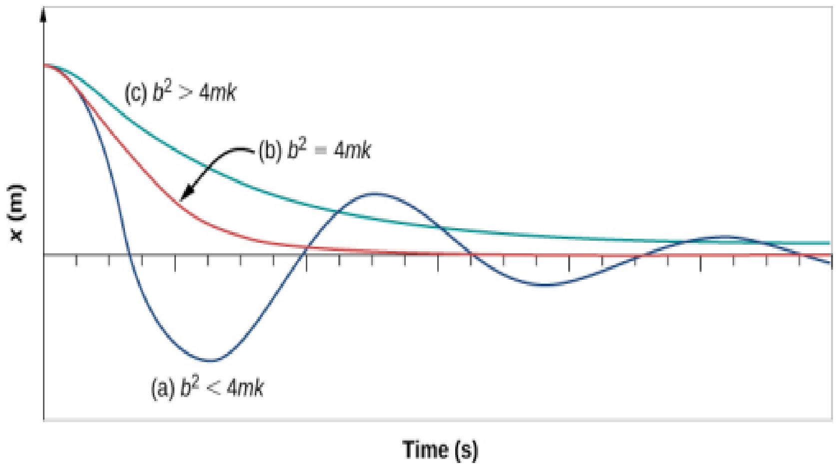
بتربيع المعادلة (1.27) يتم الحصول علي:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2} \quad (1.35a)$$

من المعادلة (1.35a) ينتج أن:

$$b^2 = 4\mathrm{m}k \quad (1.35b)$$

عندما تكون $b^2 < 4mk$ كما هو مبين في الشكل (1-8) يقال أن النظام تحت التخميد(تخميد دون الحرج) بمعني أن الجسم سيهتز عدة مرات قبل أن يتوقف وعند أزدياد قيمة b تنقص سعة الأهتزاز أكثر وأكثر بسرعة وعندما تصل قيمة حرجة (b_c) بحيث $b^2 = 4mk$ فان النظام لايهتز ويقال عنه في هذه الحالة تخميد حرج أماعندما تكون $b^2 > 4mk$ يقال أن النظام فوق التخميد وهذا يعني أن الجسم يأخذ وقتاً طويلاً للعودة الي نقطة الأتزان.[3,1]



الشكل (8.1) يبين حالات الأخماد.

1-11.الاهتزازات القسرية :

من الملاحظ أن الطاقة الميكانيكية للمتذبذب المتعرض للإخماد تتناقص مع الزمن نتيجة للقوة المضادة. ومن الممكن استخدام قوة خارجية تبذل شغلاً موجباً لتعويض الفقد في طاقة النظام. في أي لحظة يمكن ان تنتقل الطاقة إلى النظام من خلال تطبيق قوة تعمل في نفس اتجاه حركة الجسم المتذبذب وتسمى الحركة في هذه الحالة بالحركة" الاهتزازية القسرية " .سعة الحركة تبقى ثابتة إذا كانت الطاقة المعطاة في كل دورة تساوي مقدار النقص في الطاقة المفقودة نتيجة لتأثير الاخماد.[6,5]

1-11-1 .الاهتزازة غير المتخامدة المؤثر عليها بقوة التوافقية:-

في المجموعة المعتادة (الكتلة- النابض) نفترض تطبيق قوة توافقية ترددية على الصورة .

$$F = F_0 \cos(\omega t)$$

وتكون القيمة $\sqrt{\frac{k}{m}}$ معبرة عن التردد الطبيعي للمنظومة ω_0 فتكون معادلة الحركة للمنظومة باستخدام قانون نيوتن الثاني وقانون هوك هي :-

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = F_0 \cos(\omega t) \qquad (1.36)$$

إذا تم دفع المهتز (الكتلة - النابض) من وضع الاتزان ثم ترك ليهتز ذاتيا فسوف يهتز بالتردد الطبيعيω_0.و إذا تم تسليط قوة خارجية بتردد زاوي ω فان هذا التردد يحاول السيطرة على

المنظومة. الحركة الناتجة بسبب القوة الخارجية تكون عبارة عن تراكب اهتزازين لترددين مختلفين ω_0, ω و الحل النهائي للمعادلة (1.32) يكون عبارة عن مجموع هاتين الاهتزازتين .تُسمى اللحظات الأولى عند تواجد كل من الاهتزازتين بالمرحلة "الانتقالية " لكن بعد مرور زمن معين سوف تستمر حركة واحدة غير متخامدة بتردد يساوي تردد القوة الخارجية ω وعندها تسمى هذه الحالة بالحالة "المستقرة ".[9, 7]

2-11-1 .مظاهر الاهتزازة عندما تكون ω صغيرة جداً أو كبيرة جداً:-

- إذا كانت$\omega \ll \omega_0$ يكون الحد kx صغير بالنسبة للحد $m\frac{d^2x}{dt^2}$ نتيجة للعجلة المصاحبة للترددات العالية وفي هذه الحالة يتوقع أن تكون سعة الاهتزازة صغيرة .
- إذا كانت $\omega \ll \omega_0$ يكون الحد $\frac{d^2x}{dt^2}$ضعيف بالنسبة للحد kx وفي هذه الحالة المتوقع ان تكون سعة الاهتزازة لا تختلف كثيراً عن $F_0/_k$
- إذا كان تردد القوة يساوي أو قريباً من التردد الطبيعي للمنظومة فإن المنظومة تزداد سعتها بصورة واضحة في ظاهرة تسمى " الرنين".

باستخدام الدالة الرياضية $e^{i\omega t}$ تصبح المعادلة (1.36) على النحو الاتي:-

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = F_0 e^{i\omega t} \qquad (1.37a)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \quad (1.37b)$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \qquad (1.38)$$

وبافتراض أن حل هذه المعادلة هو

$$x = Ae^{i\omega t}$$

وبمفاضلة المعادلة أعلاه بالنسبة للزمن يتم الحصول علي:

$$\dot{x} = i\omega A e^{i\omega t} = i\omega x$$

$$\ddot{x} = i^2\omega^2 x = -\omega^2 x = -\omega^2 A e^{i\omega t}$$

بالتعويض بهذه القيم في المعالة (1.38) ينتج ان :-

$$-\omega^2 A e^{i\omega t} + \omega_0^2 A e^{i\omega t} = \frac{F_0}{m}\, e^{i\omega t}$$

$$Ae^{i\omega t}(-\omega^2+\omega_0^2\ )=\frac{F_0}{m}\ e^{i\omega t}$$

$$A=\frac{\frac{F_0}{m}}{\omega_0^2\ -\omega^2}\qquad(1.39)$$

نلاحظ من معادلة السعة (1.39) أن :-

- السعة تقل كلما كان الفرق بين ω_0,ω كبير جداً وتزيد قيمتها كلما كان هذا الفرق صغيراً .
- السعة تكون موجبة عندما تكون $\omega_0>\ \omega$
- السعة تكون سالبة عندما تكون $\omega_0<\ \omega$

3-11-1 .الاهتزازات القسرية مع وجود التخامد :-

إذا كان لدينا جسم كتلته m مربوط بنابض وخاضع لقوة خارجية F_{ex} وقوة تخميد F_D متناسبة مع سرعته عندئذ تكون معادلة الحركة كالتالي :

$$\mathrm{F}=\ \mathrm{F}_r+\mathrm{F}_D\ +\ \mathrm{F}_{ex}$$

حيث

$$\mathrm{F}_r=\ -kx\qquad \text{قوة الارجاع}$$

$$\mathrm{F}_D=\ -bv\qquad \text{قوة التخميد}$$

$$\mathrm{F}_{ex}=\mathrm{F}_0\ cos\omega t\qquad \text{القوة الخارجية الدورية}$$

$$ma\ =\ -k\mathrm{x}\ \ -bv\ \ +\ \mathrm{F}_0\ cos\omega t\qquad(1.40a)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\ \frac{k}{m}x-\frac{b}{m}v+\ \frac{F_0}{m}cos\omega t\qquad(1.40b)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\ \frac{k}{m}x+\frac{b}{m}v=\ \frac{F_0}{m}cos\omega t\qquad(1.40c)$$

$$\ddot{x}+2\gamma\dot{x}+\ \omega_0^2\ x\ =\frac{F_0}{m}cos\ \omega t\qquad(1.41)$$

حل المعادلة (1.41) يكون علي النحو الأتي:

$$x\ =\ Acos(\omega_0 t\ +\phi\ )\qquad(1.42)$$

وباجراء الأشتقاق الأول والثاني للمعادلة (1.42) بالنسبة للزمن والتعويض بنتيجة الأشتقاق في المعادلة (1.41) يمكن الحصول علي:

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \qquad (1.43a)$$

أو

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2 {\omega_0}^2}} \qquad (1.43b)$$

والطور الابتدائي يكون :-

$$tan\,\phi = \frac{2\gamma\omega_0}{\omega^2 - \omega_0^2} \qquad (1.44)$$

نلاحظ من المعادلتين ($1.43\ a$) و($1.43\ b$) أن السعة القصوى تكون أكبر مايمكن عندما يكون تردد القوة الخارجية ω مساوياً للتردد الطبيعي للمنظومة وتسمى هذه الحالة (الرنين). ونستنتج من ذلك أنه عند الرنين فان القوة الخارجية في نفس طور السرعة وأن الطاقة المتحولة للمتذبذب أو المهتز تكون في أقصى قيمة لها .والسعة تزداد بنقصان التخميد ($b \to 0$) ومنحنى الرنين يتسع بزيادة التخميد .في حالة الاستقرار وعند أي تردد القوة الخارجية فأن الطاقة المتحولة للمنظومة تساوي الطاقة المفقودة بسبب وجود التخميد وعليه فأن متوسط الطاقة الكلية للحركة يبقى ثابت .[8]

4-11-1 .معادلة الحركة الاهتزازية القسرية باستخدام الدالة الرياضية ($e^{i\omega t}$)

القوة الكلية على الجسم

بافتراض أن حل المعادلة (1.41) هو :-

$$x = Ae^{i\omega t} \qquad (1.45)$$

باشتقاق المعادلة (1.45) بالنسبة للزمن ينتج أن:

$$\dot{x} = i\omega Ae^{i\omega t} = i\omega x$$

$$\ddot{x} = i^2\omega^2 x = -\omega^2 x = -\omega^2 Ae^{i\omega t}$$

بالتعويض بنتيجة الأشتقاق في المعادلة (1.41) نحصل على :-

$$-\omega^2 Ae^{i\omega t} + \omega_0^2 Ae^{i\omega t} + 2\gamma i\omega Ae^{i\omega t} = \frac{F_0}{m}\, e^{i\omega t} \qquad (1.46a)$$

$$Ae^{i\omega t}(-\omega^2 + \omega_0^2 + i2\omega\gamma) = \frac{F_0}{m}\, e^{i\omega t} \qquad (1.46b)$$

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{i2\omega\gamma + \omega_0^2 - \omega^2} \qquad (1.46c)$$

بتربيع المعادلة $(1.46c)$ يكون :-

$$A^2 = \frac{{F_0}^2/m^2}{-4\gamma^2\,\omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}$$

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\,{\omega_0}^2}} \qquad (1.47)$$

المعادلة (1.47) توضح أن سعة الحركة التوافقية المخمدة القسرية A هو دالة تتغير بتغير التردد الزاوي للقوة الخارجية المترددة ω أي أن $A = A(\omega)$.[13,9].

1-12.حالة الرنين

سعة المهتز (المتذبذب) القسري تكون قي أقصي قيمة لها عندما يكون مقام المعادلة (1.47) في اقل قيمة ممكنة .وهذا يكون باخذ تفاضل مابداخل الجذر التربيعي للمعادلة (1.47).

$$\frac{d}{d\omega_0}[(\omega^2 - {\omega_0}^2)^2 + 4\gamma^2{\omega_0}^2] = 0$$

$$\rightarrow \frac{d}{d\omega_0}[(\omega^2 - {\omega_0}^2)^2] + \frac{d}{d\omega_0}4\gamma^2{\omega_0}^2 = 0$$

$$\rightarrow 2(\omega^2 - {\omega_0}^2).(-2\omega_0) + 4\gamma^2.2\omega_0 = 0$$

$$\rightarrow -4\omega_0(\omega^2 - {\omega^2}_0) + 8\gamma^2\omega_0 = 0$$

$$4\omega_0(\omega^2 - {\omega^2}_0) = 8\gamma^2\omega_0$$

$$\rightarrow (\omega^2 - {\omega^2}_0) = 2\gamma^2 \qquad (1.48a)$$

$${\omega^2}_0 = \omega^2 - 2\gamma^2 \qquad (1.48b)$$

$$\therefore \omega_0 = \sqrt{\omega^2 - 2\gamma^2} \qquad (1.48c)$$

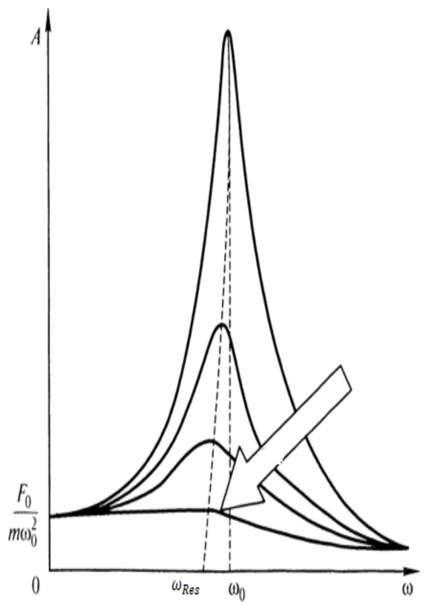
بتعويض المعادلة $(1.48c)$ في المعادلة (1.47) التي تمثل A ينتج الأتي.

$$A_{\mathrm{Res}} = \frac{F_0}{2\gamma m}\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} \qquad (1.49)$$

- من المعادلة (1.49) يتضح أنه عند عدم وجود مقاومة الوسط تؤول السعة في حالة الرنين إلي المالانهاية .
- طبقا للمعادلة $(1.48c)$ فان تردد الرنين عند $\gamma = 0$ يتطابق مع تردد المنظومة.

- من مفهوم منحيات الرنين يمكن ملاحظة الأتي:
- عند اقتراب ω الي الصفر فان جميع المنحينيات تمر او تأتي الي نفس المقدار الحرج المختلف عن الصفر الذي يساوي $F_0/m\omega^2$ أي الي (F_0/k) هذا المقدار نفسه يمثل الإزاحة عن موضع الاتزان .
- عند اقتراب ω الي ∞ فان جميع المنحنيات بصورة غير متماثلة تقترب من الصفر ، لأنه عند التردد العالي تُغيٍر القوة الخارجية اتجاهها بسرعة كبيرة جداً .بحيث ان المنظومة لا تستطيع أو لا تلحق أن تزاح عن وضع التوازن .
- كلما كانت γ صغيرة كلما تغيرت السعة بقوة مع التردد قرب الرنين و كانت قيمة المنحني اكثر حدة.
- من المعادلة(1.49) يستنتج انه عند التخميد القليل أو الضعيف أي عند $(\gamma \ll \omega_0)$ فان السعة عند الزمن تساوي تقريبا.

$$A = \frac{F_0/m}{2\gamma\omega_0} \qquad (1.50)$$



الشكل (9.1) يبين منحنيات الرنين

بالتعويض بقيمة γ من المعادلة $1.30c$ في المعادلة $(1.48b)$ ينتج أن:

$$\omega_0{}^2 = \omega^2 - 2\left(\frac{\omega}{2Q}\right)^2$$

$$\omega_0{}^2 = \omega^2 - 2\left(\frac{\omega^2}{4Q^2}\right)$$

$$\omega_0{}^2 = \omega^2 - \frac{\omega^2}{2Q^2}$$

$$\omega_0{}^2 = \omega^2\left[1 - \frac{1}{2Q^2}\right] \qquad (1.51)$$

من المعادلة (1.51) يتضح انه كلما زادت قيمة Q (تخميد ضعيف) كلما اقتربت قيمة ω_0 من ω وحيث أن Q كمية ثابتة للمنظومة المهتزة وذلك لأن ω_0 خاصة بالمنظومة الحرة المهتزة و γ ثابتة لقوة المقاومة للمنظومة المهتزة المعينة .ولذلك فان Q يمكن تعويضها في معادلة السعة ويتم ذلك عن طريق ادراج قيمة γ من المعادلة $(1.30c)$ في المعادلة (1.47) [15,14,9]

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0{}^2)^2 + 4\frac{\omega^2}{4Q^2}\omega_0{}^2}} \qquad (1.52a)$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0{}^2)^2 + \omega_0{}^2\frac{\omega^2}{Q^2}}} \qquad (1.52b)$$

ومن ذلك فان $\gamma^2 = \frac{\omega^2}{Q^2}$ ونلاحظ انه عندما تكون ω_0 = صفر تصبح السعة $A = \frac{F_0}{m\omega^2}$

أيضاً يمكن أعادة كتابة المعادلة (1.44) بدلالة Q كالأتي:

عليه فانه يمكن إعادة كتابة معادلة الطور (1.44)

$$\tan\varphi = \frac{2\frac{\omega\omega_0}{2Q}}{\omega^2 - \omega_0{}^2} \qquad (1.53a)$$

$$\tan\varphi = \frac{\omega\omega_0/Q}{\omega^2 - \omega_0{}^2} \qquad (1.53b)$$

13.1 .اهداف البحث:

يهدف هذا البحث الي:

1- حساب معامل التخميد (منظومة الكلتة- النابض) للحركة الاهتزازية المخمدة.

2 - دراسة الحركة الاهتزازية عن طريق المحاكاة الحاسوبية.

14.1 . عرض محتويات البحث.

يحتوي هذا البحث علي فصلين:

الفصل الأول:

يتناول هذا الفصل التعريف بالحركة الأهتزازية وعناصرها وتصنيف الأهتزازات وتوضيح معادلة الحركة للمهتز البسيط ودراسة الحركة المخمدة والقسرية.

الفصل الثاني:

يختص هذا الفصل بدراسة الجزء العملي وهو قياس معامل ومنحنيات التخميد ويشمل أيضاً الأستنتاجات.

الفصل الثاني

الجانب العملي (حساب معامل التخميد)

1-2طريقة حساب معامل ثابت هوك للملفات.

ان الاستطالة التي تحدث في النابض نتيجة للقوة المؤثرة علية تخضع لقانون هوك. لهذا لقد لاحظ العالم هوك عند تأثير قوة عمودية على جسم ما انَّ هناك علاقة بين الإجهاد والانفعال. حيث يُعرَّف الإجهاد على إنّه النسبة بين القوة العمودية المؤثِّرة على مساحة المقطع العرضي للنابض، أمّا الانفعال فيمثِّل النسبة بين التغير الحاصل في طول النابض إلى الطول الأصلي. وينص قانون هوك على انَّ النسبة بين الإجهاد والانفعال هي كمية ثابتة تسمي معامل يونج(Y). على أنْ يكون الإجهاد ضمن حدود المرونة للنابض الحلزوني أي أنّ:

$$Y = \frac{\text{الأجهاد}}{\text{الأنفعال}} = \frac{F/_{A}}{\Delta\mathrm{L}/_{L}} \quad (2-1)$$

حيث

F هي القوة العمودية المؤثّرة على النابض.

A هي مساحة المقطع العرضي للنابض.

L هي طول النابض.

ΔL هي الفرق الحاصل في طول النابض.

أمّا ثابت النابض (k) فيُعرَّف على أنّه القوة اللازمة لاستطالة النابض أوضغطه ووحداته $(\mathrm{N/m})$ ويُعطى بالمعادلة:

$$k = \frac{F}{\Delta\mathrm{L}} = \frac{mg}{\Delta\mathrm{L}} \qquad (2-2)$$

$$\Delta\mathrm{L} = \frac{g}{k}m \qquad (2-3)$$

فإذا وُضعَت أثقال مختلفة في الكفة وقيست استطالة النابض المناظرة لهذه الأثقال ورُسِمت علاقة بيانية بين الأثقال (m) على محور السينات والفرق بالطول (ΔL)على محور الصادات كانت نتيجة الرسم خط مستقيم ميله (Slope) يساوي:

$$\text{الميل} = \frac{g}{k} \qquad (2-4)$$

$$\mathrm{k} = \frac{g}{\text{الميل}} \qquad (2-5)$$

ويثم حساب الزمن الدوري لكل كتلة بإستخدام العلاقة

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (2-6)$$

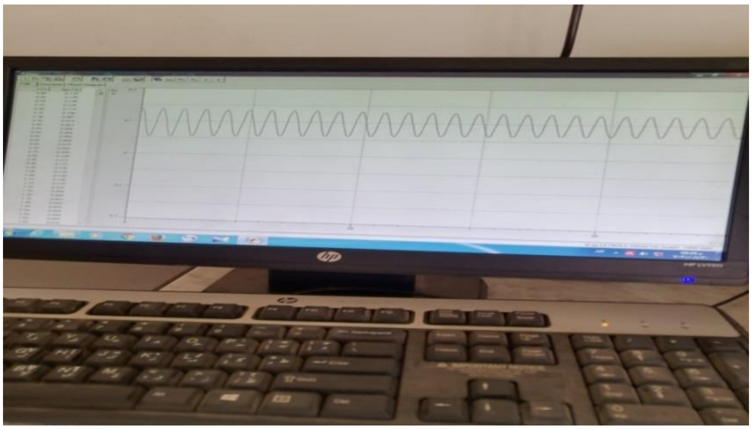
وحساب الترد لكل كتلة بإستخدام العلاقة

$$f = \frac{1}{\mathrm{T}} = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (2-7)$$

2-2 المواد وطرق العمل:

نابضان لولبيان طوليهما $21cm$ و $20.5cm$ ومساحة مقطعيهما $3.14\ cm^2$ و $9.02\ cm^2$ ومجموعة من الأثقال تتراوح مابين $500\ g$ $50 -$ واستحدمت مسطرة مترية لقياس الأستطالة في النابضين كما تم أستخدام البرنامج الحاسوبي (CASSEY LAB) لغرض حساب معامل التخميد للنابضين.

الشكل (1.2) يوضح الأجهزة المستخدمة في الدراسة.



الشكل (2.2) يوضح شكل الموجة باستخدام البرنـامج الحاسوبي.

الشكل (2-3) الملفان المستخدمان

3-2 طريقة العمل:-

1. يثبّتْ النابض الحلزوني مع كفة الميزان والمسطرة المترية في وضع عمودي بحيث يتحرك المؤشِّر المثبَّت في نهاية النابض على المسطرة المترية ، ثمَّ يسجِّلْ طول النابض ($L_\circ$) بدون أثقال .
2. يتم وضعْ ثقل بكتلة معلومة ويسجِّلْ مقابله طول النابض.
3. تتم زيادة الاثقال بمقدار ($50\ g$) في كل مرة ويسجِّلْ ما يقابلها من الاستطالة للنابض.

4. تُكرر نفس الخطوات للنابض الحلزوني الثاني.
5. يتم حساب كل من ثابت النابض والزمن الدوري والتردد من العلاقات ذات الأرقام.(2.2)...(2.6)...(2.7)
6. باستخدام البرنامج الحاسوبي (CASSEY LAB) يتم حساب القمم للموجة الناتجة وتقسم كل قمة موجة على قمة الموجة التي تليها للحصول علي معامل التخميد ويكرر ذلك لكل القمم الناتجة من الموجة ويتم ذلك لكل الكتل المستخدمة ثم يتم حساب متوسط القيم المتحصل عليها باستخدام العلاقة.

$$\gamma = \sum_{n=1}^{n} \frac{\gamma_n}{n} \qquad (2.8)$$

4-2 النتائج:

تم حساب ثابت النابض الأول والثاني باستخدام العلاقة (2.2) والنتائج موضحة بالجدولين (2-1) و (2-2). ومن ثم أمكن ايجاد معامل التخميد من الجدولين باستخدام البرنامج الحاسوبي (CASSEY LAB).

جدول (2-1) قراءات القوة والأستطالة للنابض الأول.

NO	القوة $F\ (N)$	$\mathbf{L}(m)$
1	0.49	0.25
2	0.98	0.26
3	1.47	0.265
4	1.96	0.265
5	2.45	0.27
6	2.94	0.275
7	3.43	0.28
8	3.92	0.285
9	4.41	0.29
10	4.9	0.30

من خلال النتائج المبينة في الجدول (2-1) يتضح أن قيمة متوسط الأستطالة $0.274\ m$
ومتوسط ثابت النابض الأول $k = 9.83\ N$

جدول(2-2) قراءات القوة والأستطالة للنابض الثاني.

NO	القوة $F\ (N)$	$L(m)$
1	0.49	0.27
2	0.98	0.29
3	1.47	0.31
4	1.96	0.33
5	2.45	0.36
6	2.94	0.38
7	3.43	0.39
8	3.92	0.42
9	4.41	0.44
10	4.9	0.47

من خلال النتائج المبينة في الجدول (2-2) يتضح أن متوسط ثابت النابض الثاني

$$K = 7.36\ N/m$$

جدول (2-3) يوضح معامل التخميد للنابض الأول.

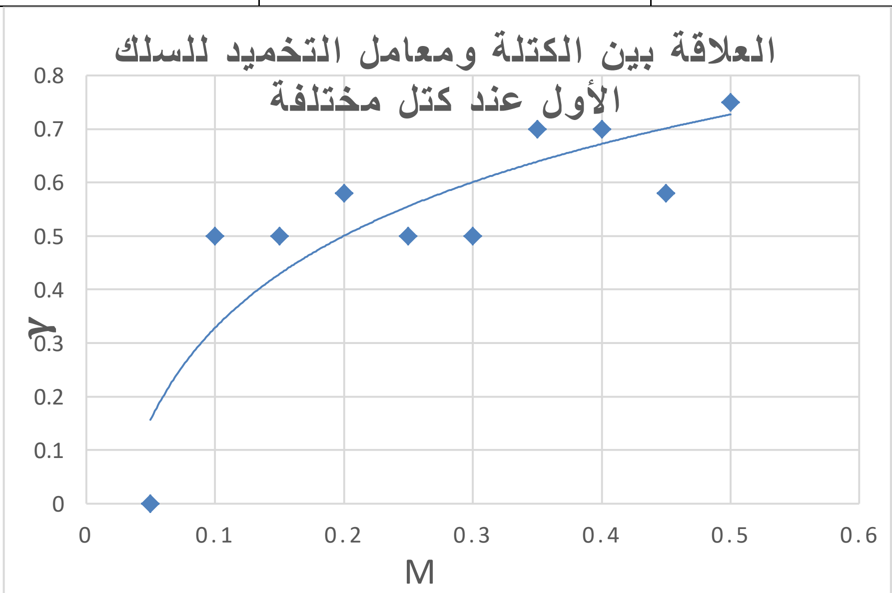
NO.	الكتلة $M(kg)$	القوة $F\ (N)$	الزمن الدوري T	$f(HZ)$	γ
1	0.05	0.49	1.44	0.69	0
2	0.1	0.98	2.04	0.49	0.50
3	0.15	1.47	2.50	0.4	0.50
4	0.2	1.96	2.89	0.34	0.58
5	0.25	2.45	3.24	0.30	0.50
6	0.3	2.94	3.54	0.28	0.50
7	0.35	3.43	3.83	0.26	0.7
8	0.4	3.92	4.09	0.24	0.70
9	0.45	4.41	4.34	0.23	0.58
10	0.5	4.9	4.5	0.22	0.75

جدول (4-2) يوضح معامل التخميد للنابض الثاني.

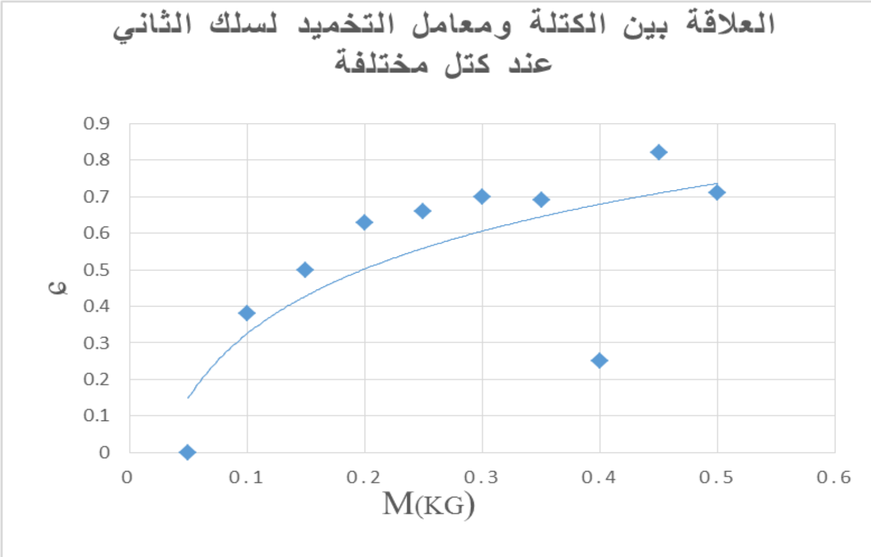
NO.	$M(kg)$ الكتلة	القوة $F\ (N)$	الزمن الدوري T	$f(HZ)$	γ
1	0.05	0.49	1.41	0.70	0
2	0.1	0.98	1.99	0.50	0.32
3	0.15	1.47	2.44	0.44	0.50
4	0.2	1.96	2.82	0.35	0.63
5	0.25	2.45	3.15	0.31	0.66
6	0.3	2.94	3.45	0.28	0.70
7	0.35	3.43	3.73	0.26	0.69
8	0.4	3.92	3.99	0.25	0.25
9	0.45	4.41	4.23	0.23	0.82
10	0.5	4.9	4.46	0.22	0.71

الجدول (5-2) يبين الخواص الهندسية للنابضين.

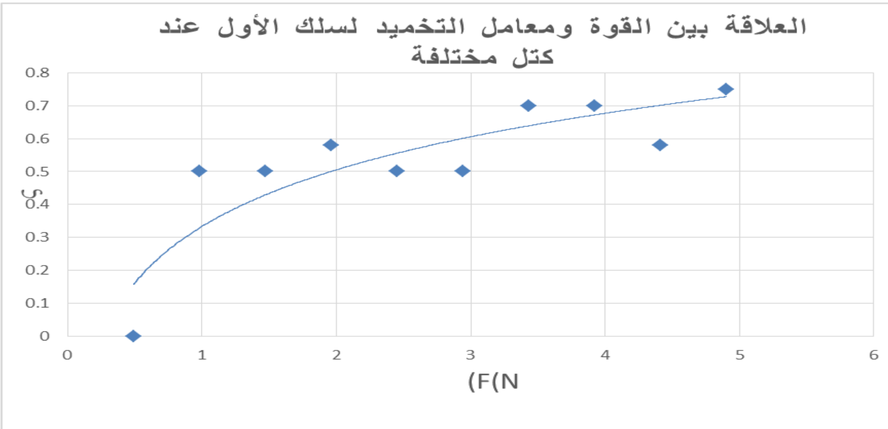
خواص النابض	النابض الأول	النابض الثاني
طول النابض	$21cm$	20.5cm
مساحة المقطع	$3.14\ cm^2$	$9.02cm^2$
ثابت النابض	$9.83N/m$	$7.36N/m$
متوسط الاستطالة	$0.274\ m$	$0.366\ m$
متوسط معامل التخميد	$0.531\ s^{-1}$	$0.528\ s^{-1}$



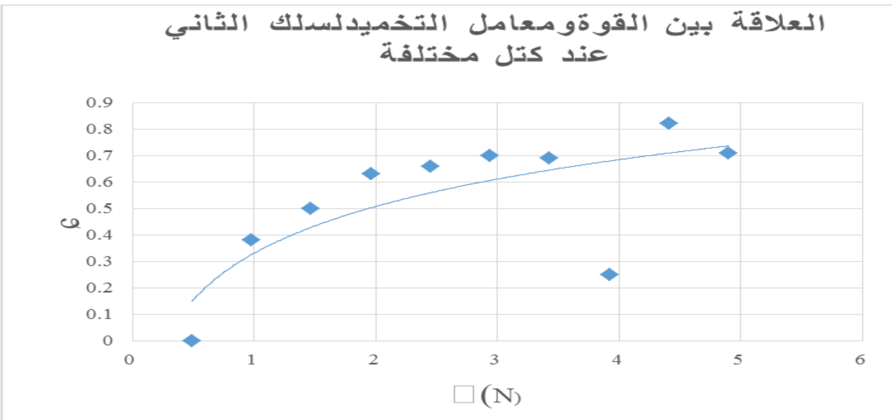
الشكل (4.2) العلاقة بين m و γ للنابض الأول.



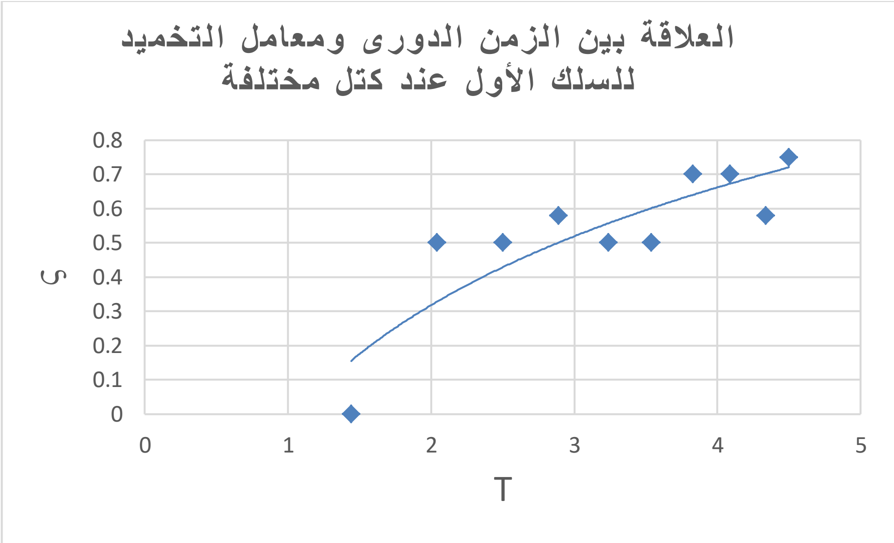
الشكل (5.2) العلاقة بين m و γ للنابض الثاني.



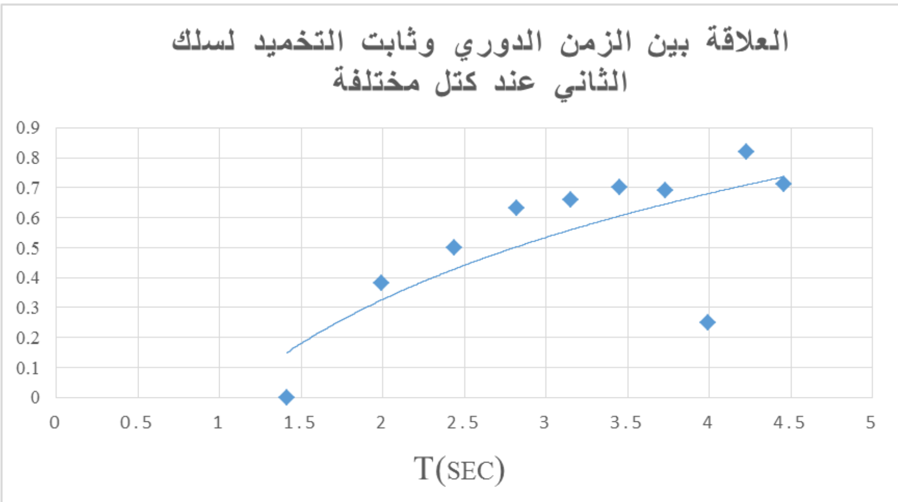
الشكل (6.2) العلاقة بين F و γ للنابض الأول.



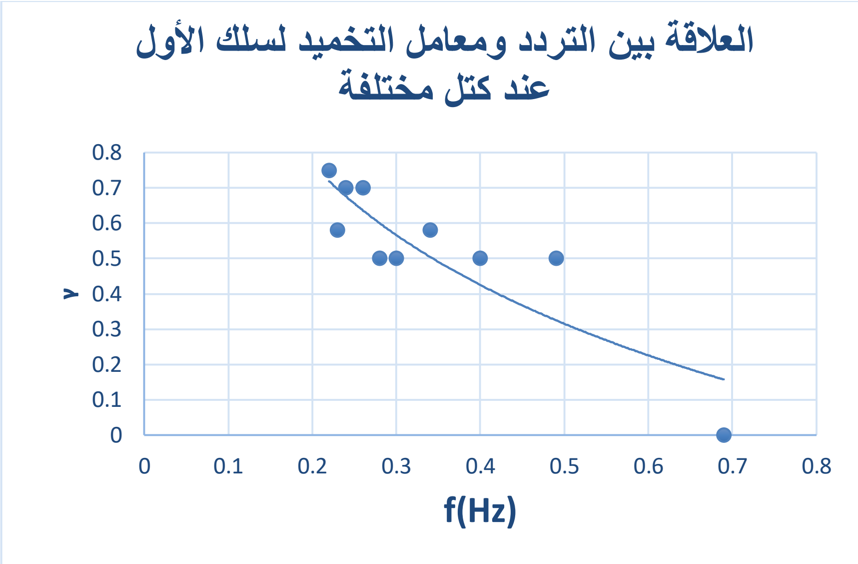
الشكل (7.2) العلاقة بين F و γ للنابض الثاني.



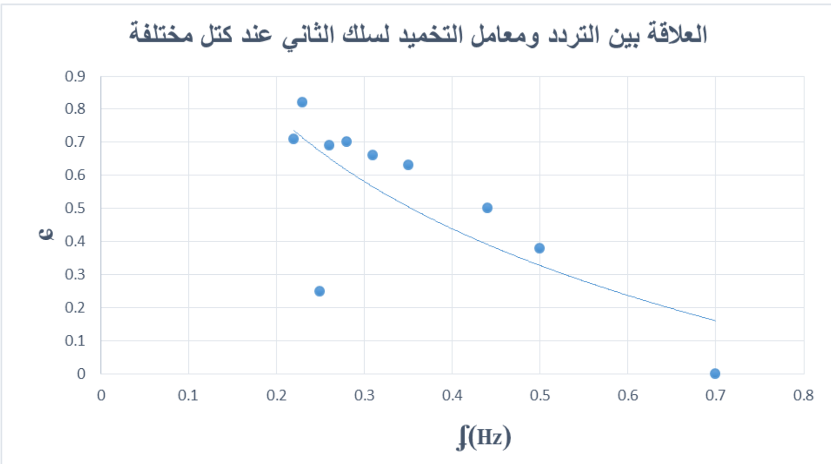
الشكل (8.2) العلاقة بين T و γ للنابض الأول.



الشكل (9.2) العلاقة بين T و γ للنابض الثاني.



الشكل (10.2) العلاقة بين f و γ للنابض الأول.



الشكل (11.2) العلاقة بين f و γ للنابض الثاني.

5-2المناقشة:

يتضح من الجدولين (2-1) و(2-2) أن متوسط قيمة k للنابضين كانت $9.83\ N/m$ و$7.36\ N/m$ ويعد ثابت النابض مؤشراً علي صلادة المادة ويعتمد الثابت علي معامل القص للسلك ونصف قطر السلك المصنوع منه النابض ونصف قطر النابض وعلي عدد اللفات وكلما كان الثابت k كبيراً كانت الصلادة كبيرة ومن خلال هاتين القيمتين أمكن الحصول علي التردد الزاوي الطبيعي ω_0 للنموذجين بأستخدام المعادلة (1.6) حيث كانت قيمته للنابض الأول $5.97\ rad/sec$ وللثاني $5.17\ rad/sec$. وباستخدام المعادلة $(1.28b)$ ونتائج معامل

التخميد (γ) المدونة في الجدولين (2-3) و(2-4) يتبين أن التردد الزاوي(ω) للأهتزازة المخمدة للنابضين هي $5.94\ rad/sec$ و $5.14\ rad/sec$ علي التوالي. التردد الزاوي للحركة المخمدة دائماً أقل من التردد الزاوي للحركة التوافقية البسيطة غير المخمدة حيث أن القوي المسببة للتخميد تقلل التردد الزاوي الطبيعي، والفرق بين الترددين يزيد كلما كانت قوة المقاومة أكبر لان $\gamma = \frac{b}{2m}$ ومن المعادلة $(1.29c)$ سجلت قيمة التناقص اللوغاريتمي القيم $\boldsymbol{\delta} = 1.72$ و $\boldsymbol{\delta} = 1.67$ للنابض الأول والنابض الثاني وهذا يبين أن التناقص اللوغاريتمي يعتمد علي الزمن الدوري للأهتزازة المخمدة. وعند أستخدام المعادلتين $(1.30a)$ و $(1.30b)$ وبنتيجة ثابت التخميد أو مايعرف بمعامل المقاومة والمتحصل عليها من المعادلة $(1.30b)$ فان معامل النوعية (Q) للنابضين يُعطي القيم التالية $Q = 5.59$ و $Q = 4.87$ وهذه القيم تؤشر علي أن اضمحلال الأهتزازة كان سريعاً وهذا بدوره يؤدي الي فقدان كبير في الطاقة، وكلما كانت قيمة Q كبيرة كان الأضمحلال بطئياً. وبقياس كتلة الجسم المهتز وبمعلومية ثابت التخميد الذي يمثل القوة لكل وحدة السرعة فان زمن الأسترخاء (τ) حسب المعادلة (1.34) للنابضين كان $\tau = 2.12\ sec$ و $\tau = 2.10\ sec$. ان زمن الأسترخاء يتناسب عكسياً مع معامل التخميد (γ) فكلما كان معامل التخميد كبيراً كان الزمن اللأزم للأضمحلال قصيراً. ومن خلال الملحقين A و B اللذين يوضحان الشكل الموجي للأهتزازات لمنظومة (الكتلة- النابض) امكن حساب متوسط معامل التخميد للنابضين. وبتطبيق المعادلة $(1.35b)$ والشكل (1-8) يتضح أن منظومة (الكتلة- النابض) قيد الدراسة تحت حد التخميد أو دون التخميد الحرج، نظراً لان $b^2 < 4mk$ أي أن معامل التخميد (γ) صغيراً بالمقارنة مع التردد الزاوي (ω_0) وذلك لان $\frac{\gamma}{2m} < \frac{k}{m}$. ان هذه الحالة تعني أن المقاومة التي يعانيها المهتز قليلة لدرجة تسمح بحدوث أهتزازات حول موضع التوازن علي الرغم من أن سعة هذه الاهتزازات تتناقص مع الزمن كما هو مبين في الشكل (1-8). ان الفرق في الزمن بين قمتين أو قاعين متتاليين يسمي الزمن الدوري للأهتزاز الحر المخمد وحسب المعادلة $(1.28c)$ فان القيمة النظرية للزمن الدوري للاهتزاز المخمد كانت للنابض الأول $T = 1.057\ sec$ و للنابض الثاني $T = 1.22\ sec$ في حين أن متوسط القيمتين المتحصل عليهما عملياً هما $T = 3.24\ sec$ و $T = 3.16\ sec$ وبالمقارنة مع الزمن الدوري للأهتزاز الحر غير المخمد نجد أن الزمن الدوري للأهتزاز الحر المخمد دائماً يكون أكبر من الزمن الدوري للأهتزاز الحر غير المخمد وهذا يعني أن المقاومة التي يعانيها الجسم المهتز تعمل علي أبطاء حركته وكلما

ازدادت المقاومة الأحتكاكية المقاسة بدلالة معامل التخميد ازداد طول الزمن الدوري للأهتزاز الحر المخمد حتي اذا أصبحت قيمة (γ) مساوية لقيمة (ω) أصبح طول الزمن الدوري للأهتزاز الحر المخمد مالانهاية.مما يعني أن الحركة لن تكون أهتزازية علي الأطلاق بل الجسم سيعود الي موضع توازنه الأصلي اذا تُرك حراً بعد أي ازاحة ابتدائية.مما تقدم يتضح أن وجود مقاومة قليلة أمام أي مهتز يؤدي الي أخماد الاهتزاز وهذا يظهر علي شكل تأثيرين أولهما تناقص تدريجي في السعة وثانيهما زيادة في طول الزمن الدوري وهذان التأثيران مرتبطان بالمعادلتين (1.26) و $(1.28c)$.ان هذا النوع من الأهتزاز يمثل أغلب حالات الأهتزاز في الطبيعة وفيه تتبدد الطاقة تدريجياً نتيجة المقاومة التي يلاقيها المهتز حتي تنعدم الحركة ويتوقف تماماً عن الأهتزاز.

6-2 الاستنتاجات:

يمكن تلخيص أهم أستنتاجات هذه الدراسة فيما يلي:

- أن العلاقة بين معامل التخميد وكل من الكتلة ،القوة والزمن الدوري كانت علاقة طردية بينما العلاقة مع التردد علاقة عكسية.
- أن معامل التخميد (γ) صغيراً بالمقارنة مع التردد الزاوي (ω_0)
- أظهرت النتائج المتحصل عليها أن منظومة (الكتلة- النابض) كانت دون التخميد الحرج و هذه الحالة تعني أن المقاومة التي يعانيها المهتز قليلة لدرجة تسمح بحدوث أهتزازات حول موضع التوازن علي الرغم من أن سعة هذه الاهتزازات تتناقص مع الزمن.
- ان قيم معامل النوعية المتحصل عليها تبين علي أن الأضمحلال كان سريعاً.
- كلما قل ثابت التخميد أزداد معامل النوعية Q.
- أن قيم التناقص اللوغاريتمي تعتمد بشكل أساسي علي الزمن الدوري للأهتزازة المخمدة.
- قيمة ثابت التخميد الصغيرة لم تُحدث تغيراً كبيراً في التردد الطبيعي للمنظومة.
- أن الزمن الدوري للأهتزاز الحر المخمد دائماً يكون أكبر من الزمن الدوري للأهتزاز الحر غير المخمد.
- ازدياد المقاومة الأحتكاكية المقاسة بدلالة معامل التخميد تزيد من طول الزمن الدوري للأهتزاز الحر المخمد.

- بينت النتائج المتحصل عليها أن قيمة (γ) للنابضين متقاربة بدرجة كبيرة جداً بنسبة مئوية تصل الي 99.4% وهذا يُعزي الي عدم وجود أختلاف كبير في قيمة ثابت النابض للملفين المستخدمين.

المراجع:

المراجع العربية:-

1- غازي القيسي، (2011) الأهتزازات والأمواج والصوت، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان

2- رؤي ملحم، (2018) ، دراسة تجريبية لتخميد الأهتزازت باستخدام المواد المركبة، أطروحة ماجستير، جامعة طرطوس، سوريا.

3- أمجد كرجية، (2000) ، فيزياء الصوت والحركة الموجية، منشورات جامعة الموصل، العراق

4- محمود عثمان، أسامة خيال، (2019) ، أساسيات الأهتزازات الميكانيكية، منشورات جامعة وادي النيل، السودان.

5- عبدالكاظم ماجود، (1985) ، دراسة في النظرية الأهتزازية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر.

6- معن أبراهيم، (2011) ، فيزياء الأهتزازت والموجات، مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع.

7- أيان.مين، ترجمة حمد الهندي، عادل حسيب ،(1999) ، الأهتزازات والموجات في الفيزياء، جامعة الملك سعود.

8- علاء بهجت، (2019) ، مقدمة في الموجات والأهتزازات،جامعة الأزهر، القاهرة.

المراجع الأجنبية:-

9- George C.King, (2009), Vibrations and Waves,Antony Rowe Ltd

10- R.N.Chaudhuri, (2010), Waves and Oscillations, New age international Ltd Publishers

11- N.F.Rieger,(1987),The quest for $\sqrt{\frac{k}{m}}$ Notes on the development of vibration analysis, Part I. genius awakening, Vibrations, Vol. 3, No. ¾.

12- L. Meirovitch, (2001) Fundamentals of Vibrations, McGraw-Hill, New York.

13- H.J.Pain, (2005), The Physics of Vibrations and Waves, John Wiley, sixth ed.

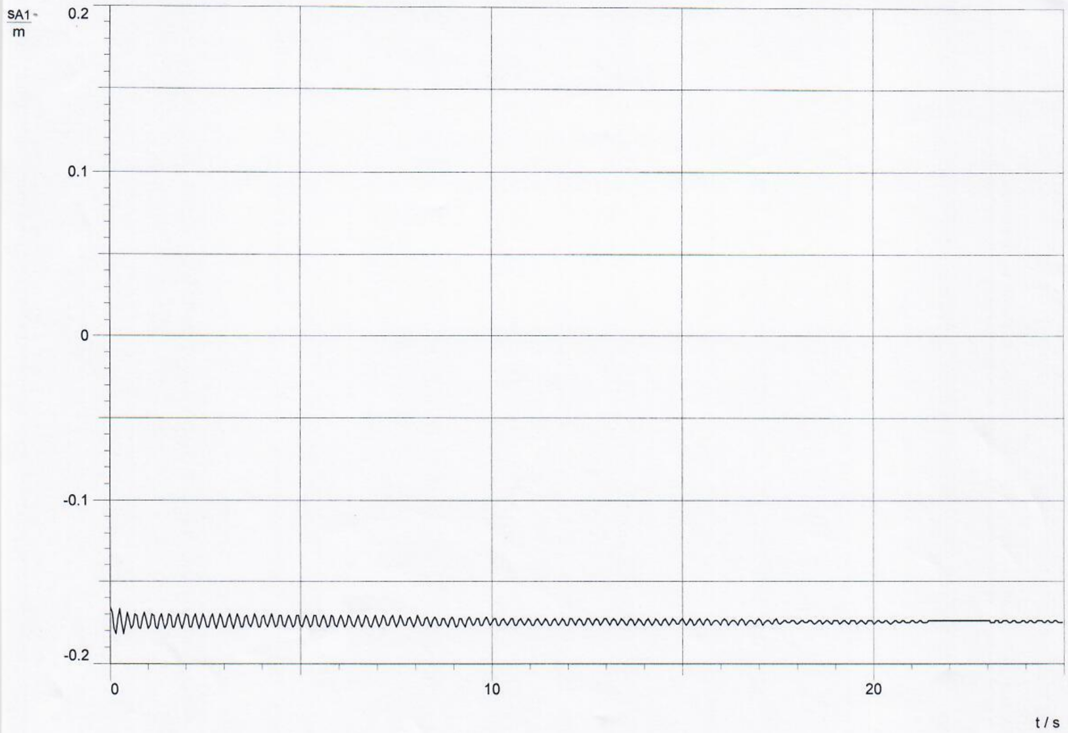
14- W. T. Thomson and M. D. Dahleh,(1998) Theory of Vibration with Applications (5th ed.), Prentice- Hall, Upper Saddle River, NJ.

15-Singiresu S.Rao. (2011), Mechanical Vibrations, Fifth ed, Prentice- Hall, Upper Saddle River, NJ.

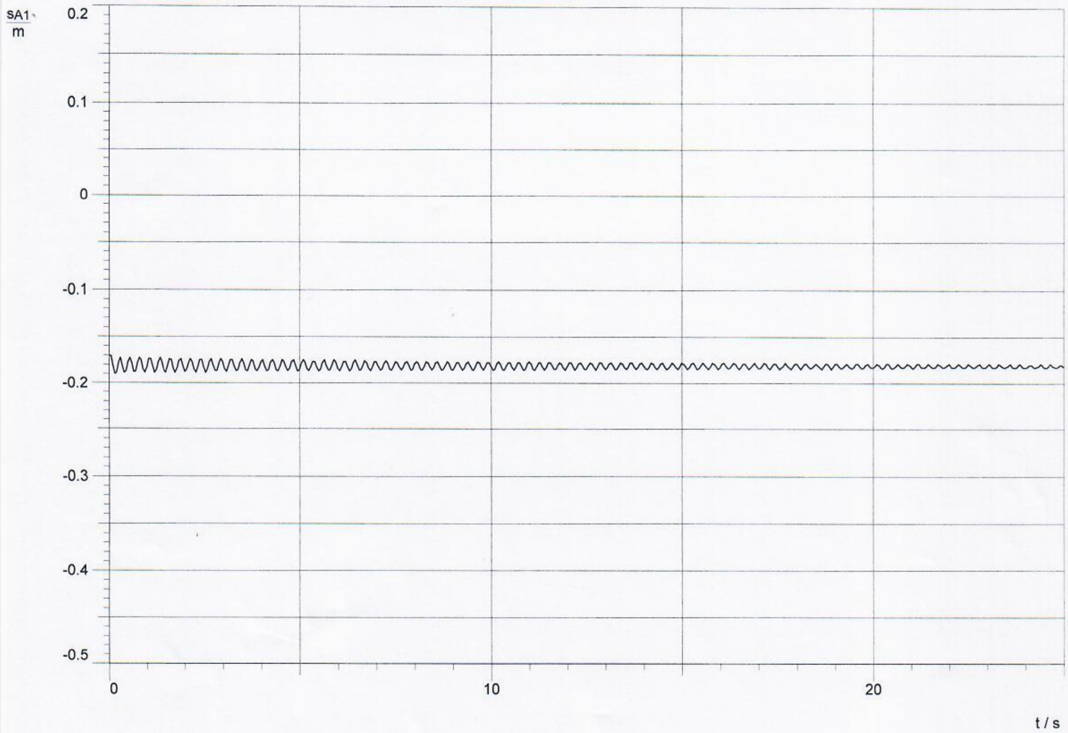
الملحق

A (النابض الأول), B (النابض الثاني)

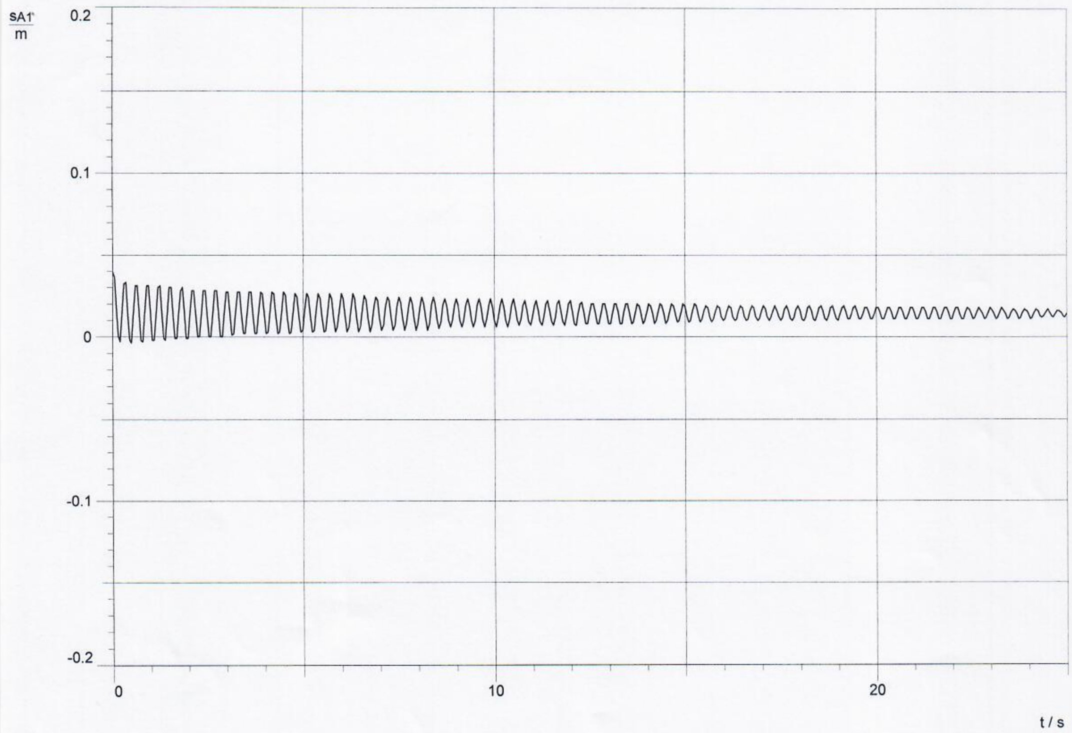
CASSY Lab - الشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة100g



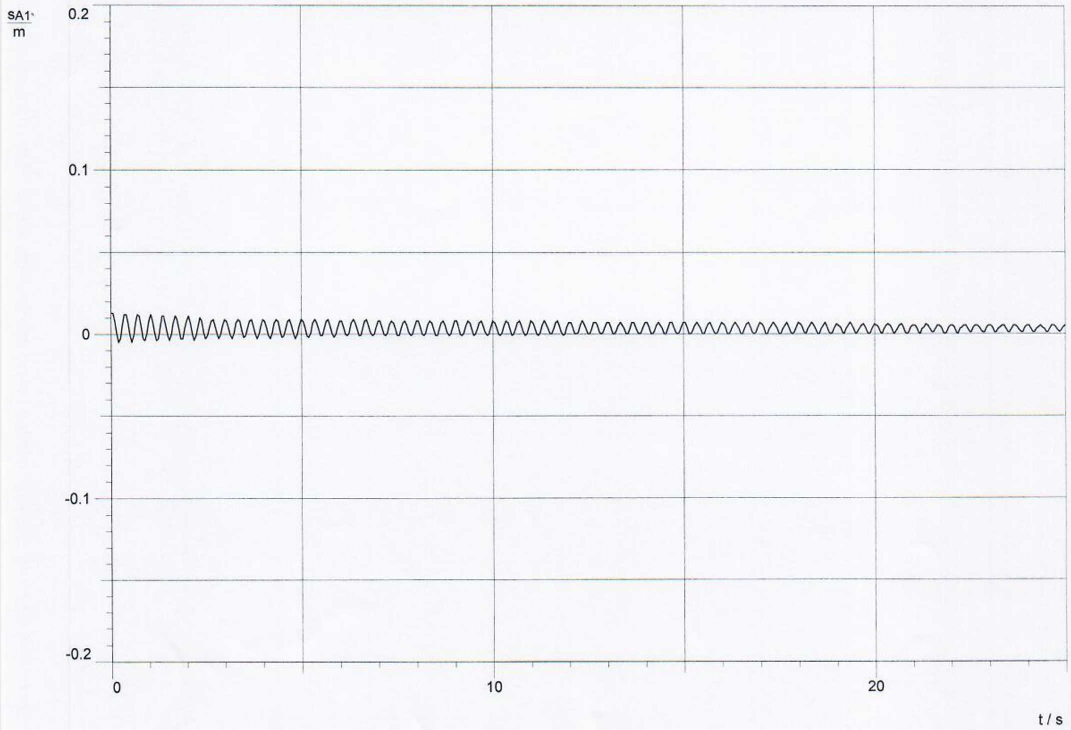
CASSY Lab - الشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة 150g



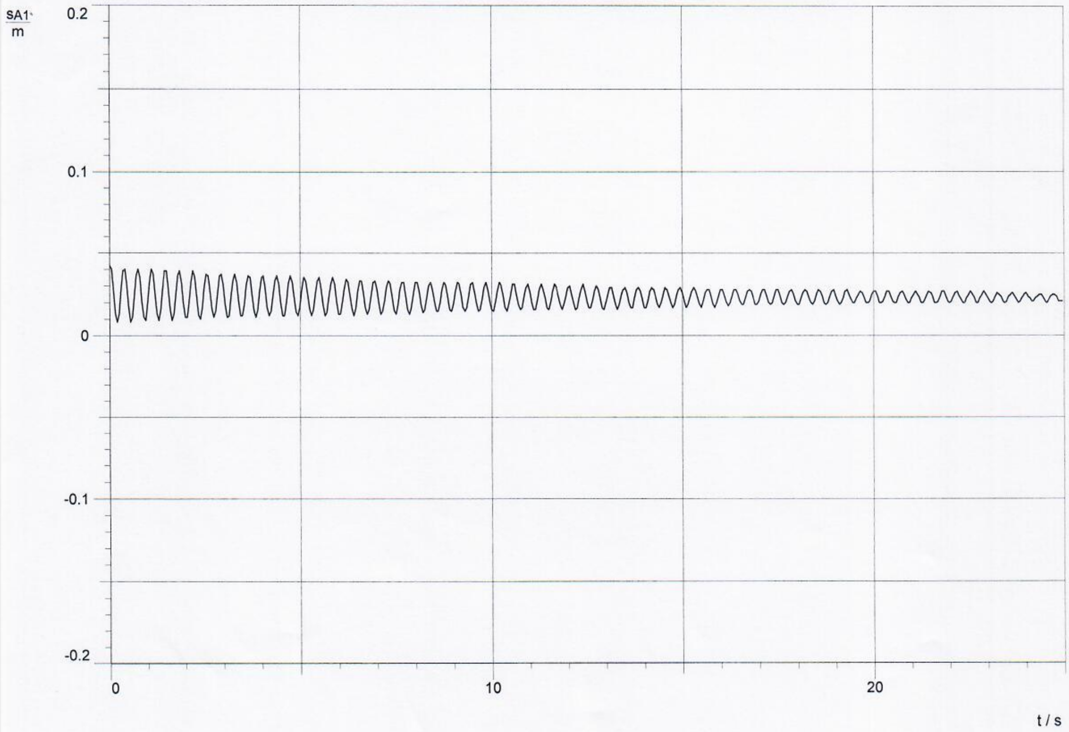
CASSY Lab - 200gالشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة

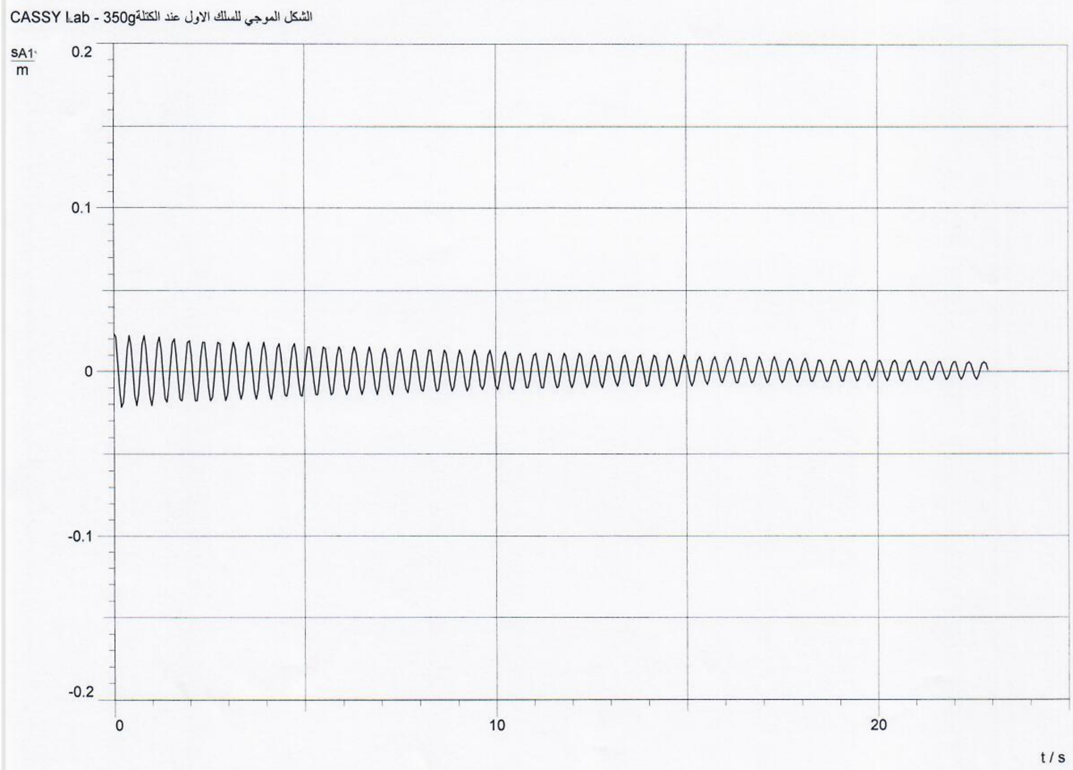


CASSY Lab - 250gالشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة

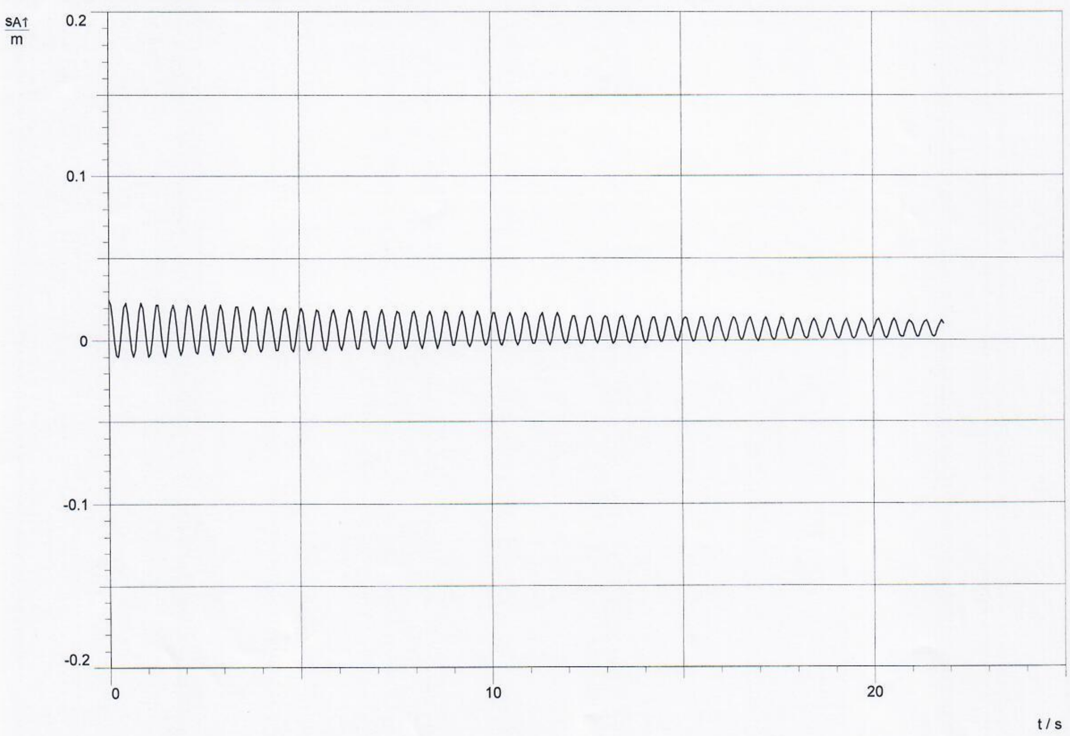


CASSY Lab - الشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة300g

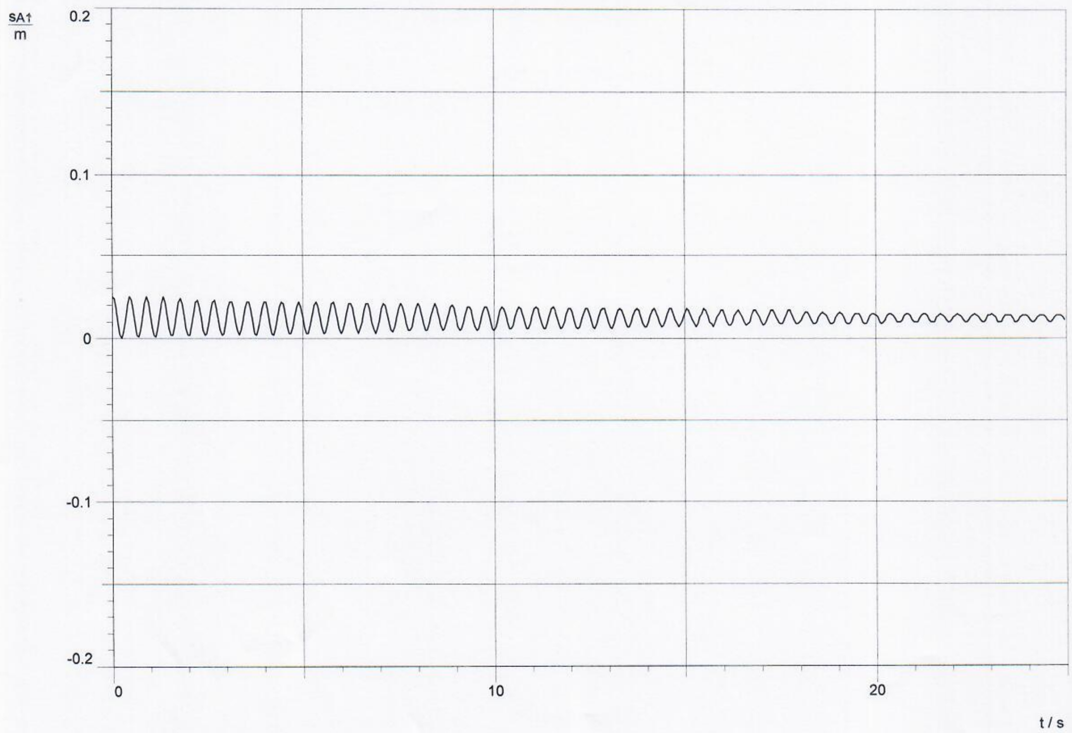


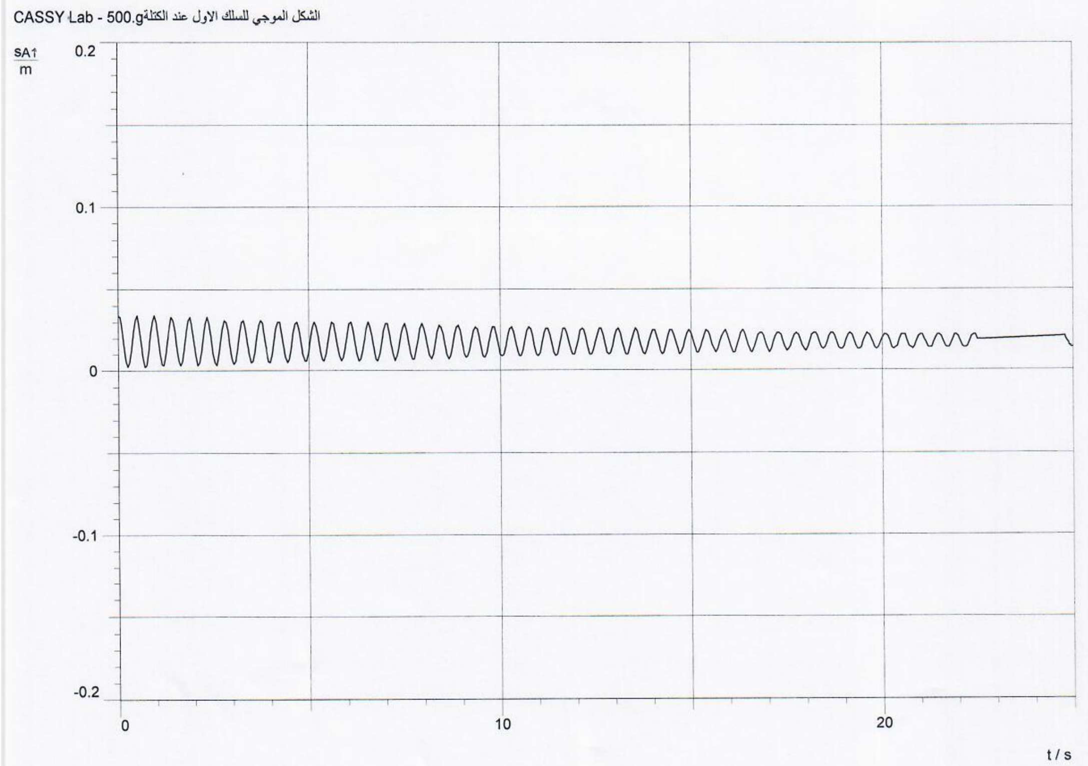

CASSY Lab - الشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة 350g
sA1 / m
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0
10
20
t / s

CASSY Lab - 400gالشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة

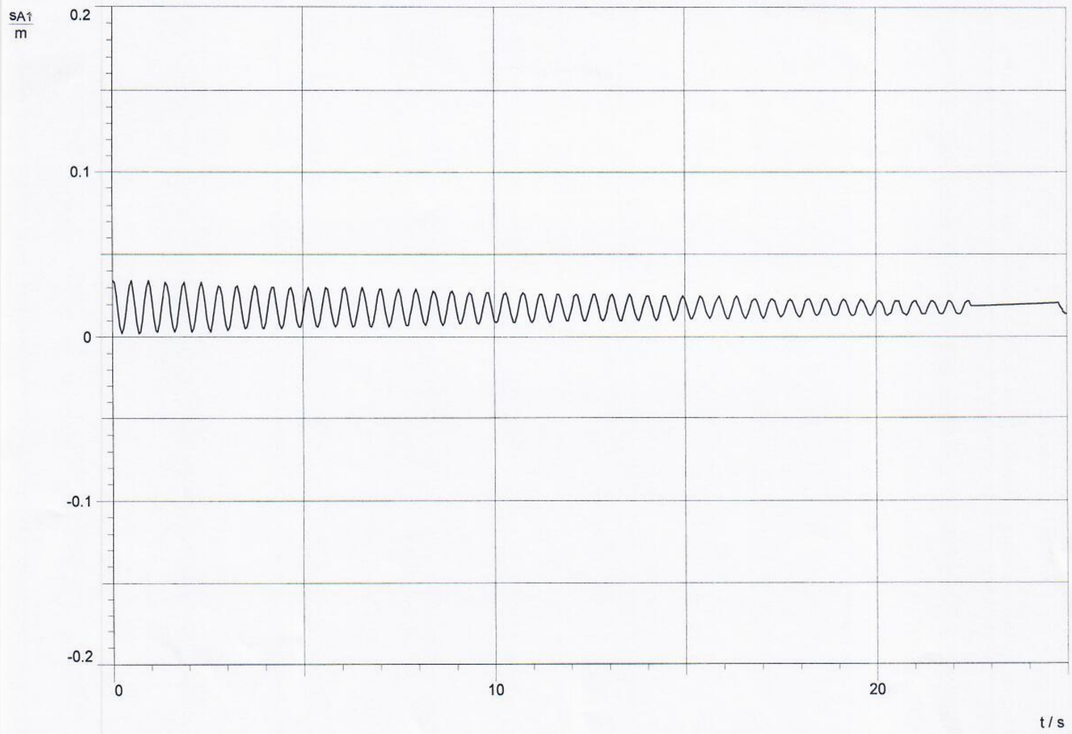


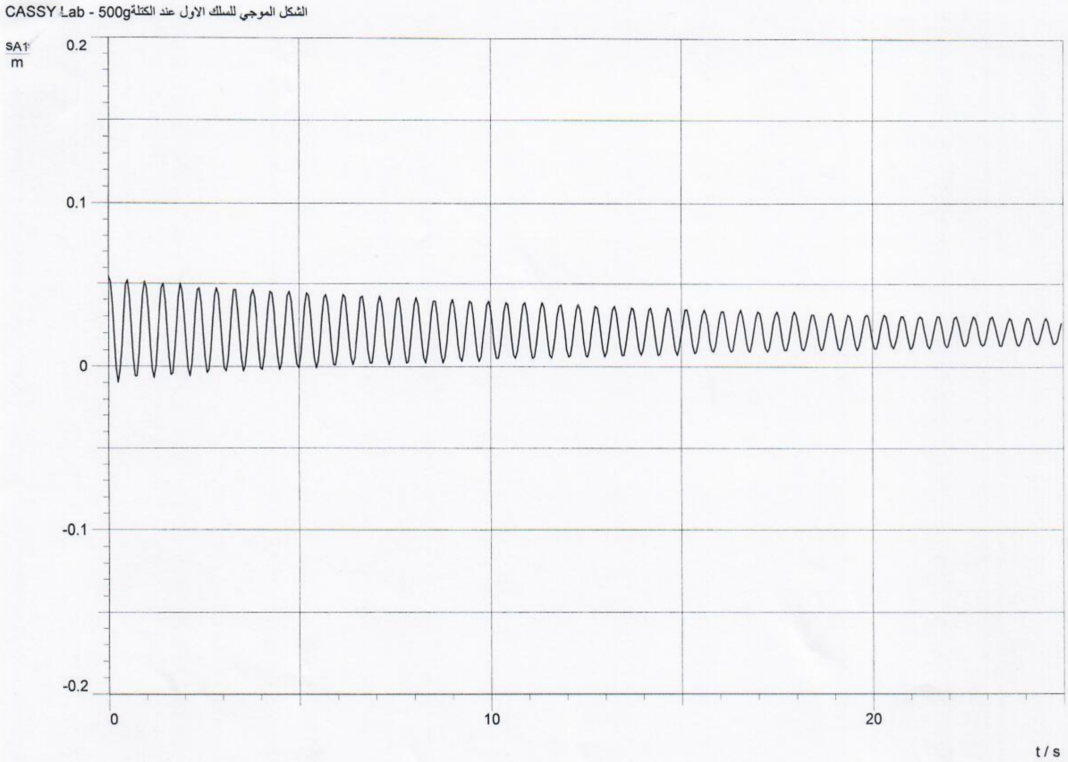
CASSY Lab - 450g الشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة




CASSY Lab - 500.gالشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة
sA1 / m
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0
10
20
t / s

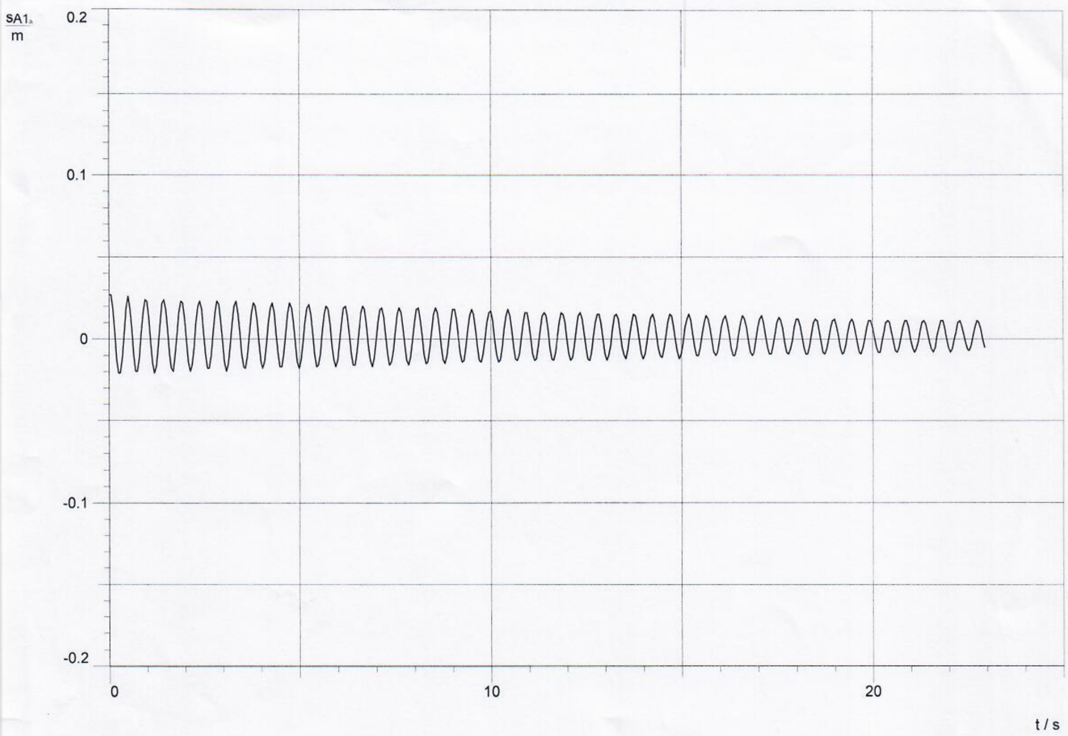
CASSY Lab - 500.gالشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة

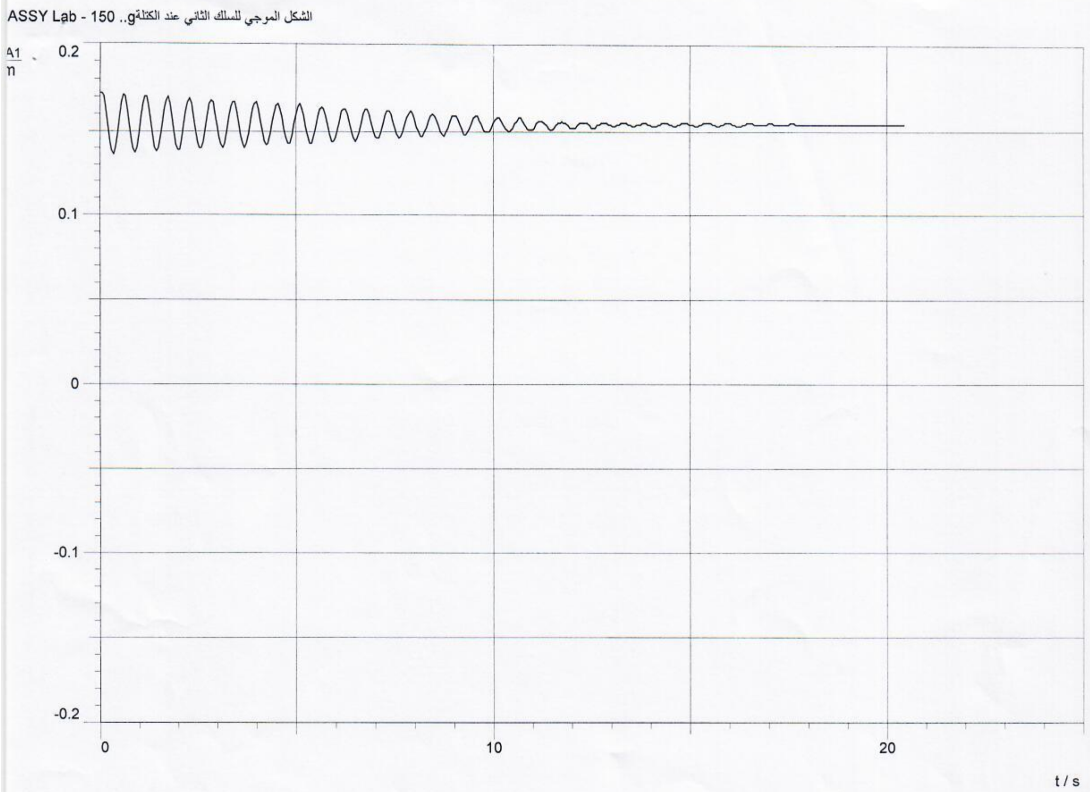




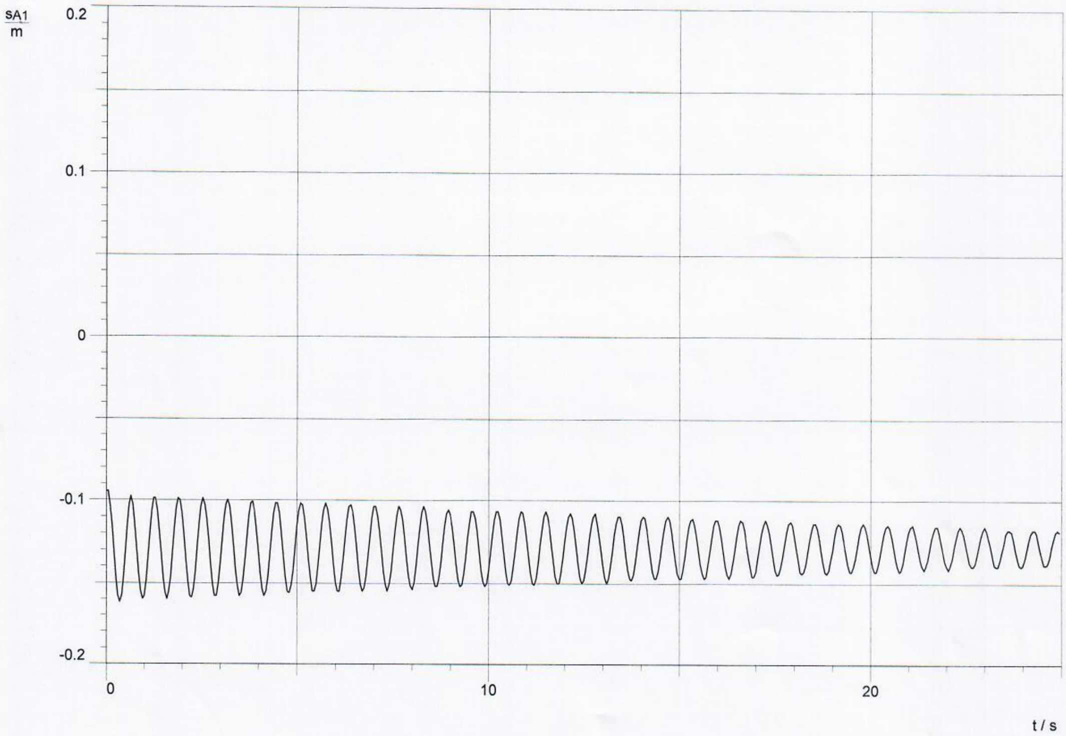
CASSY Lab - 500gالشكل الموجي للسلك الاول عند الكتلة
sA1 / m
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0
10
20
t / s

CASSY Lab - 100 g الشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة

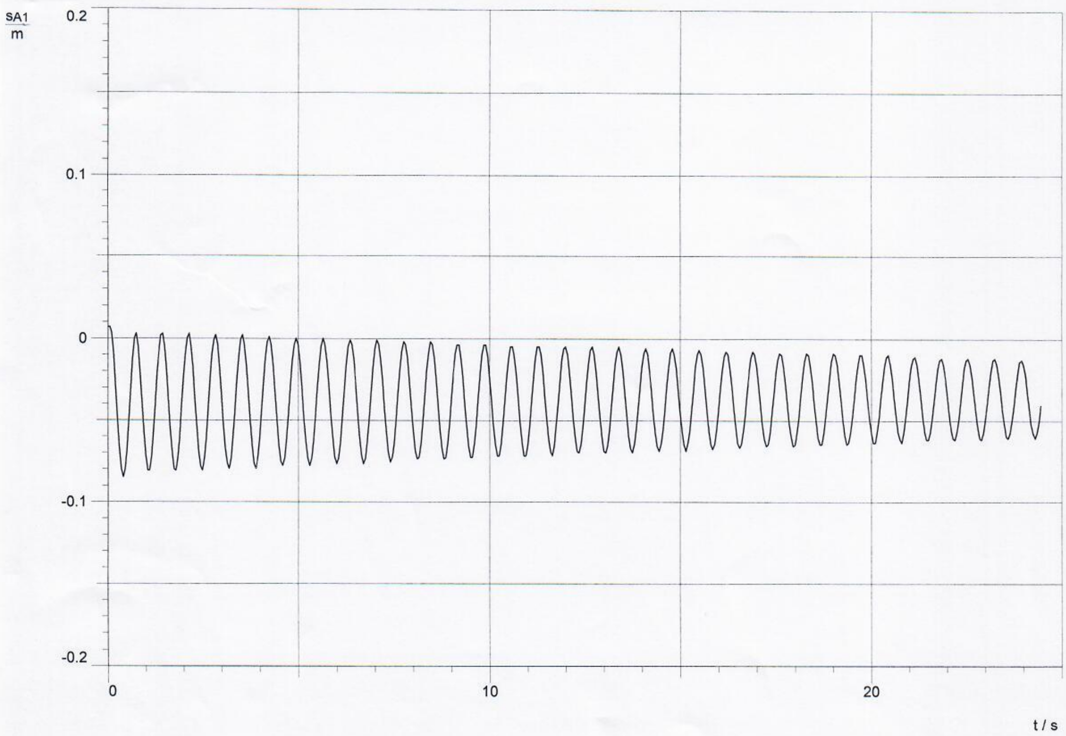



ASSY Lab - 150 ..gالشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة
A1
m
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0
10
20
t / s

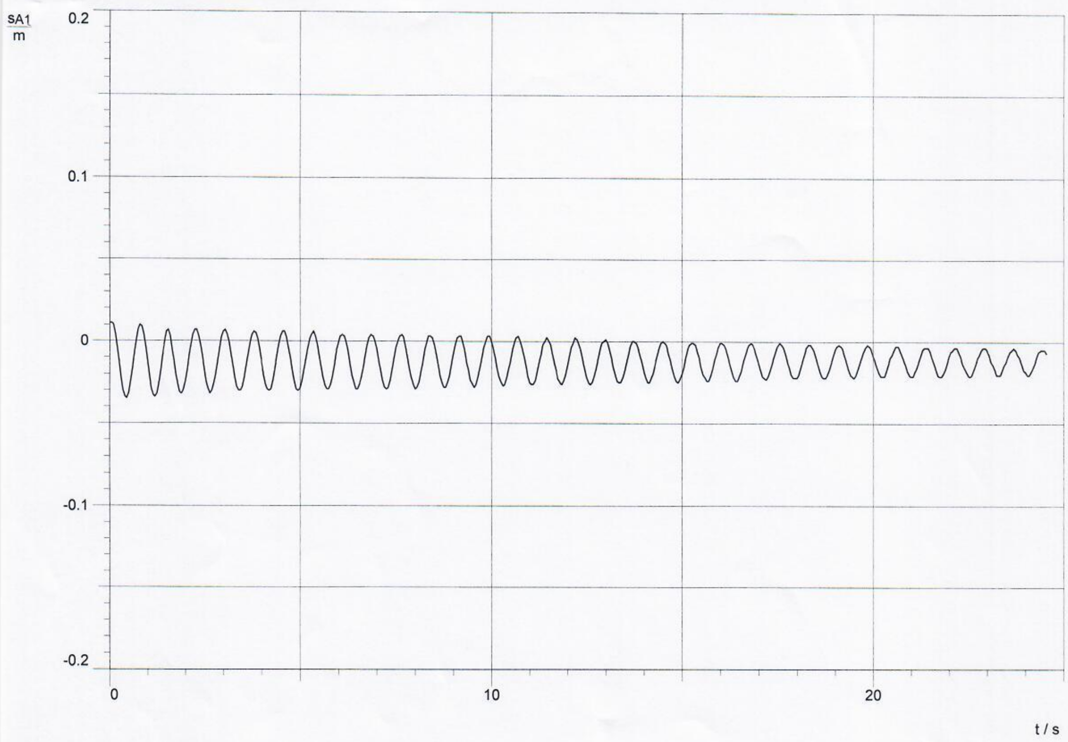
CASSY Lab - الشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة 200 g.

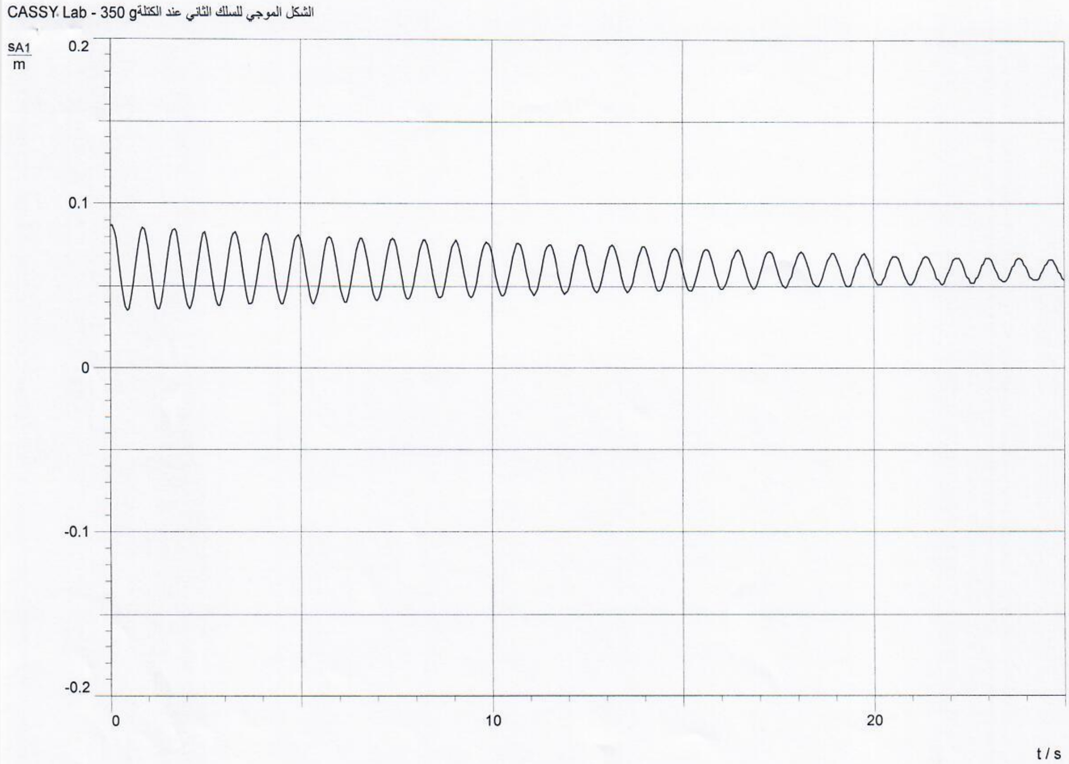


CASSY Lab - 250 g الشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة

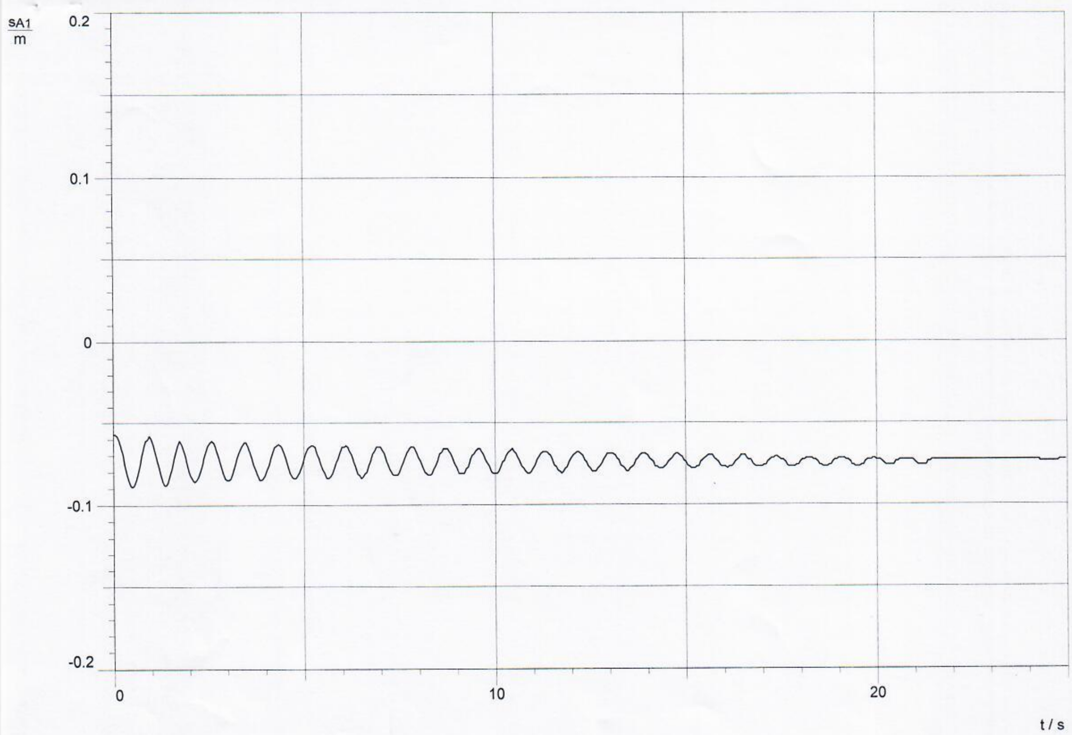


CASSY Lab - 300.. g الشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة

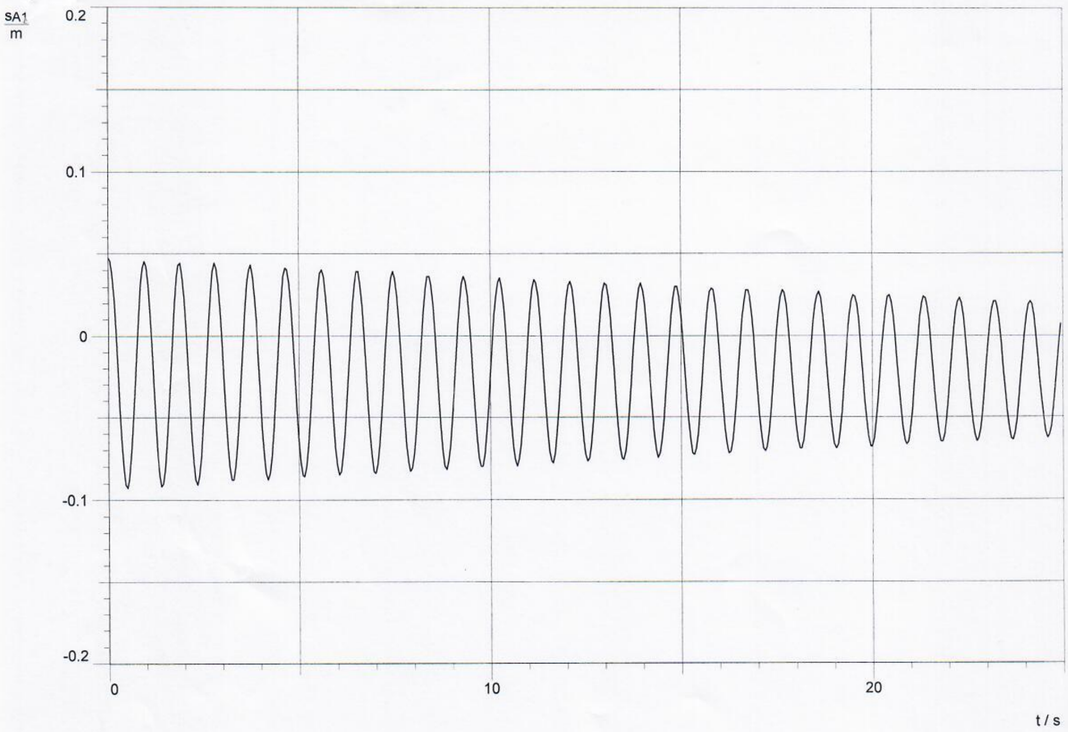



CASSY Lab - 350 gالشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة
sA1 / m
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
0
10
20
t / s

CASSY Lab - 400 gالشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة



CASSY Lab - 450 gالشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة



CASSY Lab - 500 g الشكل الموجي للسلك الثاني عند الكتلة